الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة - بوسعادة

المجاهد الفريق أحمد قايد صالح

قسم: العلوم الدقيقة

Ecole Normale Supérieure

Bou-Saada

Dép. Sciences Exactes

محاضرات في تعليمية الرياضيات 2

المقياس: تعليمية الرياضيات. 2

موجهة لـ:

-طلبة السنة الخامسة، المدرسة العليا للأساتذة، شعبة الرياضيات.

-طلبة السنة ثانية جامعي ل. م. د رياضيات وإعلام آلي

تقديم. أحمد عباسي

أستاذ محاضر -أ- بالمدرسة العليا للأساتذة -بوسعادة-

السنة الجامعية: 2022/2021

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة - بوسعادة
المجاهد الفريق أحمد قايد صالح
قسم: العلوم الدقيقة

Ecole Normale Supérieure
Bou-Saada
Dép. Sciences Exactes

محاضرات في تعليمية الرياضيات 2

المقياس: تعليمية الرياضيات. 2

موجهة لـ:

-طلبة السنة الخامسة، المدرسة العليا للأساتذة، شعبة الرياضيات.

-طلبة السنة ثانية جامعي ل. م. د رياضيات وإعلام آلي

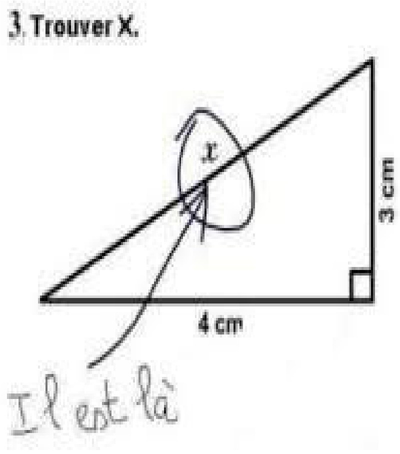
تقديم. أحمد عباسي

أستاذ محاضر -أ- بالمدرسة العليا للأساتذة -بوسعادة-

السنة الجامعية: 2022/2021

2022/2021

محاضرات في تعليمية الرياضيات 2



Ahmed ABBASSI

تمهيد.

يعتبر مقرر تعليمية الرياضيات من المقررات الهامة في تكوين أساتذة الرياضيات عموما وطلبة المدرسة العليا للأساتذة خصوصا كونهم أساتذة المستقبل. تدرس تعليمية الرياضيات مسار واكتساب مختلف المحتويات الرياضية المدرسية والجامعية. فهي تقترح وصفا للظواهر المتعلقة بالعلاقات بين التعليم والتعلم.

– لابد من إقامة حلقة وصـــــل بين التكوين النظري للطالب وتكوينه التربوي والميداني. من أجل أن يكون الربط قويا تعطى للطالب أدوات متنوعة وثرية ابتداء من تحليل للبرنامج التعليمي، ومرورا بإبراز عناصر من النشاط الرياضي والتدريب على التعبير وقواعد الاستدلال، للوصول إلى بناء وسير حصة تعليمية ومعالجة الفروض والواجبات المنزلية. تكون للطالب فرصـــــة كذلك للتعرف على بعض مفاهيم التعليمية وعلم المعرفة النقدي لتوسيع مداركه وتكوينه الذاتي.

– لابد للطالب أن تكون له فكرة واضحة عن:

- تطور المفاهيم الرياضية عن طريق القطيعة والحاجز الابستمولوجيا.
- المستويات المختلفة للمعرفة الرياضية.
- الشــــروط التي تســـمح ببناء المعرفة الرياضــــية مع أخذ بعين الاعتبار لنمو المتعلم وبيئته.
- العلاقات التي تربط المتعلم بالمحيط والنظام التربوي.

إلا أن الممارسة التعليمية التعلمية داخل الأقسام وحسب العديد من التقارير التي رصدت، لا زالت في مجملها تقليدية إن على مستوى تخطيط التعلمات، أو تدريس المفاهيم الرياضية، أو من جهة التقويم. وتتجلى هذه الممارسة حسب بعض التقارير في:

- الاعتماد الكلي على الكتاب المدرسي تخطيطا وتدبيرا وتقويما؛
- تغييب التوجيهات التربوية (إن كانت متوفرة)؛
- هيمنة شبه كلية للأستاذ على الحصة التعليمية؛
- مساهمة التلميذ في بناء التعلمات تظل ضعيفة إن لم نقل منعدمة؛
- غياب تخطيط عقلاني للدرس يتماشى والمستجدات التربوية.

إنّ الغاية من تدريس الرياضيات والعلوم هي تمكين المتعلمين من مختلف أشكال التفكير العلمي وتعويدهم على ممارسة أنواع الاستدلال والبرهنة وإكسابهم كفاءات حل المسائل والمشكلات وتأويل الظواهر الطبيعية والاقتصادية الإنسانية.

إذا فإنه بناءا على تجدّد رسالة ووظائف المدرسة أصبحت الحاجة ملحّة إلى تجسيم هذه الوظائف من تربية وتعليم وتأهيل. وتكمن الوظيفة التعليمية أساسا في تطوير قدرات التلاميذ العقلية وإكسابهم معارف وإعدادهم للانخراط في مجتمع المعرفة وتدريبهم على التعلم الذاتي وإيلاءهم منهجيات العمل وحل المسائل وإكسابهم مهارات وكفاءات تكون قاعدة صلبة لأي تكوين لاحق.

هذه الدروس هي ثمرة جهد في إطار ما عملت به كمفتش للتربية من عام 2001إلى 2010، وما قمت به من عمل بيداغوجي بالجامعة، بتدريس هذا المقياس منذ عام 2012 بجامعة الجلفة إلى غاية 2018، ثم بالمدرسة العليا للأساتذة ببوسعادة من السنة الجامعية 2018-2019 إلى 2021-2022.

الفهرس العام

مُـــدخل عام.

لكي نفهم الهدف العام من هذا المقياس نستهل ذلك بهذه المقولة:

"الهدف من التعليم يجب ألا يكون مساعدة الطالب على حفظ معلومات ثم استفراغها تحت ضغط أكاديمي. الغاية من التعليم هي زرع الرغبة بالتعلم لديه، وجعله قادرا على التفكير والفهم والتساؤل"(**ريتشارد فاينمان**).

التربية إحدى خبراتنا المرغوبة في حياتنا الدنيا. وعملية التعلم والتعليم هي الوسيط لاكتساب هذه الخبرة. وتمارس هذه الخبرة في المنزل والمدرسة والمعهد وأماكن أخرى. قد تكون هذه الخبرة مخطط لها أو غير مخطط لها مسبقاً، رسمية أو غير رسمية، معروفة أو خفية. مختصر القول: هذه الخبرة تحدث خلال التفاعل أو الاتصال بين الفرد والآخرين. والنتائج المرغوبة من خلال هذا التفاعل أو الاتصال يسمى تربية.

الهدف من التربية هو مساعدة الفرد على النمو. والنمو يحدث من خلال الخبرات الحقيقية ذات الصلة بحياة الفرد. فالتربية تحسن حياة الفرد وتكون المواطن الصالح، وتساعد الأفراد على تحمل مسئولياتهم في هذه الحياة. علاوة على ذلك، يساعد الأساتذة التلاميذ لكي يكونوا مواطنين صالحين، وأن يختاروا تخصصاتهم التي يشعرون أنها مناسبة لقدراتهم. فللحصول على تربية جيدة يجب أن نأخذ بالحسبان ميول التلاميذ واتجاهاتهم وخلفياتهم وأهدافهم.

التدريس الفعال هو الذي يجعل الطالب متفاعلاً ومتعلماً نشطاً. إنه يقود التلاميذ للتفكير، ولكي يصبحوا فاعلين ومبدعين. والأستاذ قائد وموجه للتلاميذ لكي يحصلوا على كفاءتهم التعليمية. فهو يساعدهم على التعلم والتعاون مع الآخرين لكي يُحصلوا المعارف والمهارات والاتجاهات الإيجابية. ويشجع الأستاذ التلاميذ من خلال الأنشطة المناسبة لكي يستخدموا قدراتهم على الاكتشاف والاستنتاج والتعرف والتطبيق. ومن مسئوليات الأستاذ تهيئة بيئة تعليمية جيدة للتلاميذ لكي يتعلموا.

تهتم ديداكتيك المواد بدراسة التفاعلات التي تربط بين كل من المتعلم والمعلم والمعرفة، في إطار جهاز مفاهيمي معين، وذلك قصد تسهيل عمليات تملك المعرفة من طرف المتعلمين.

فهي سيرورة نسقية مترابطة عضويا، تتمثل مكوناتها وتتجسد في عملية التدريس كتنظير وممارسة، باعتبارها تهتم بالمدرس والتلميذ والأهداف والمحتويات والطرق والوسائل وتقنيات التقويم.

1- تعليمية الرياضيات.

- تطور المفهوم.

التعليمية لغة: إن كلمة التعليمية في اللغة العربية مصدر صناعي لكلمة تعليم. المشتقة من علم أي وضع علامة على الشيء لتدل عليه. أما في اللغة الفرنسية فإن كلمة ديداكتيك مشتقة من الأصل اليوناني DIDACTIQUE

اصطلاحا: تعني فن التعليم، استعمل مصطلح التعليمية بهذا المعنى في علم التربية أول مرة عام 1613في بحث حول نشاطات التعليمية في التربية لراتيش وعنوان هذا البحث – تقرير مختصر في الديداكتيك المشتقة من كلمة ديداكتيتوس التي تعني فلنتعلم: أتعلم منك وأعملك.

من التعليم إلى التعلم:

في القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين ظهر تيار جديد في التربية بزعامة جون ديوي أعطى الأهمية لنشاط التعلم في العملية التعليمية. واعتبر التعليمية نظرية للتعلم لا للتعليم. مستبدلا المفاهيم الهيلبرتية بتطوير النشاطات الخاصة بالمتعلمين. وانحصرت وظيفة التعليمية في تحليل نشاطات المتعلم، وأن التعلم وظيفة من وظائف.

التعليمية.

– هي العلم الذي يدرس، في مجال معين، ظواهر التعليم، وشروط انتقال المعرفة المناسبة، وظروف اكتسابها من قبل المتعلم.

– تعليمية الرياضيات هي دراسة عمليات نقل واكتساب المحتويات المختلفة لهذا العلم، والتي تقترح كتابة وتفسير الظواهر المربوطة بالعلاقة بين التعليم والتعلم. ولا تختصر في البحث عن الطريقة الجيدة لتدريس فكرة معطاة. (REGINE DOUADY)

– هي العلم الذي يهتم بإنتاج وتوصيل المعرفة الرياضية في هذا الإنتاج والتوصيل لدينا معرفة محددة. تعليمية الرياضيات يدرس كيف يتم خلق المعرفة، وتوصيلها واستخدامها لتلبية احتياجات المتعلمين وسط مجتمعهم. (GUY BROUSSEAU)

موضوع التعليمية.

- ➢ دراسة عملية نقل واكتساب المعرفة الرياضية في وضعيات التعلم
- ➢ التنظير للظواهر المتعلقة بحالات التعليم والتعلم
- ➢ التصرف في نظام التعليم لتطوير ظروف التعليم والتعلم وتحسين وأدائها.

- **بين البيداغوجيا والتعليمية.**

البيداغوجيا كلمة من أصل يوناني وتعني علم الاعتناء بالطفل من حيث القيادة والتوجيه.

كان في بداية الأمر البيداغوجي مربيا بالمعنى الواسع، يسهر على رعاية الطفل ويأخذ بيد ويختار له المعلم المناسب ونوع التعليم الذي يراهُ مناسبا.

تحول بعد ذالك هذا المفهوم إلى المعلم الناقل للمعرفة وبالتالي تحول إلى منهجية في تقديم المعرفة

جدول يبين بعض الفروق بين المفهومين

البيداغوجيا	التعليمية
– العلاقة بين القسم والمعلم. – طرق التدريس – يسمح باختيار الوسائل التي تتطلبها المقاربة – فن العلاقة: طريقة لجذب المتعلمين وقيادتهم في تعلم شامل. – يهتم بكل ما هو مشترك في نشاط التدريس.	– يجمع المعلم والمتعلم معًا حول المعرفة. – البحث عن الجدوى والموثوقية في نقل المعرفة. "ليس من السهل جدًا –ليس معقدًا جدًا" – المنطق الداخلي للمادة. * في المقاربة بالكفاءات، يجب نقل المعرفة الضرورية فقط. *إنه علم المادة التي تُدرس، وأحيانًا يكون إصلاحًا شاملاً للمعرفة .

2- بعض المصطلحات المفتاحية.

1 – المثلث التعليمي.

تمتاز الوضعية التعليمية بكونها وضعية مثلثة تجمع بين ثلاثة أقطاب غير متكافئة. هي:

التلميذ والمدرس والمعرفة.

وتهتم تعليمية المادة بتحليل كل قطب من هذه الأقطاب الثلاثة على حده، كما تهتم بدراسة التفاعلات التي تربط كل قطب من هذه الأقطاب بالقطبين الآخرين.

- علاقة التلميذ بالمعرفة، وتفرز ثلاث قضايا على الأقل:

– قضية التملك الاصطناعي للمعرفة من طرف المتعلم.

– قضية العوائق التعليمية التي تحول دون امتلاك الطفل للمعرفة.

– قضية التصورات وضرورة الوقوف عليها ومعالجتها لتسهيل عمليات امتلاك المعرفة من طرف المتعلمين.

- علاقة المعلم بالمعرفة، وتفرز بالأساس قضية تحليل المضمون المعرفي من طرف المدرس وما ينتج عنها من قضايا النقل التعليمي.
- علاقة التلميذ والمدرس، وتفرز بدورها ثلاث قضايا على الأقل:

– قضية العلاقات التربوية.

– قضية العقد التعليمي الذي يربط بين كل من التلميذ والمعلم.

– قضية التصورات التي يحملها المدرس حول مختلف المواد المعرفية التي يتعامل معها في إطار الوضعية التربوية.

2 – العقد الديداكتيكي (العقد التعليمي).Contrat didactique

يعمل العقد التعليمي كعامل موازنة بين المعلم والمعرفة والطالب. بينما يتعلق العقد البيداغوجي بتنظيم القسم وعادات العمل، بينما يتعلق العقد التعليمي ببناء المعرفة ونقلها.

تم تقديم مفهوم العقد التعليمي من قبل GUY BROUSSEAU، ديداكتيكي رياضيات فرنسي.

يقصد به " مجموع العلاقات التي تحدد بصفة صريحة في بعض الحالات وبصفة ضمنية في أغلبها ما هو مطلوب من كل طرف (المدرس والمتعلم) ان يحققه خلال حصة تعليمية معينة "، ونظام الإلزام هذا هو بمثابة عقد بينهما، ومعنى هذا أن عنصر المفاجأة أو التشويق أصبح أمرا غير مرغوب

فيه حيثما يتم تحديد الأهداف وإشعار المتعلم بها والتعاقد عليها بين طرفي العملية. إن الصيغة الضمنية للعقد الديداكتيكي تسود حيثما التزم الأطراف بالمسؤوليات المحددة، وحالما يشذ التعليم عن مجراه يبرز هذا العقد بصيغة صريحة ويلزم العودة إلى تعديل مسار هذا النظام.

مثال.

تم اقتراح المشكلة التالية على 97 تلميذ(1متوسط)

" يوجد في قارب 26 نعجة و10عنزات. كم عمر القبطان؟"

من بين 97 تلميذ قدم 76 عمر القبطان باستخدام الأرقام المدرجة في المعطيات.

التفسير. تعويد التلميذ على:

- المشكل أو المسألة المطروحة لها حل واحد فقط.
- للوصول إلى هذه الإجابة، يجب استخدام جميع المعطيات.
- في الحل نستخدم المعرفة التي تم تدريسها.

المعلمين لا يقدمون التمارين التي ليس لها حلها

أو التي لهـــا عدة حلول، أحيانا المناقشة مفيدة.

بعض الآثار السلبية للعقد التعليمي.

1) <u>مفعول طوباز</u>. Effet Topaze

حين يواجه المتعلم مشكلا، فان مفعول توباز يتجلى في تدخل الأستاذ لمساعدته بشكل أو بآخر. عندما تكون هذه المساعدة كلية، فان المتعلم لا يبذل أي مجهود لحل المشكل المطروح بمفرده. إلا أن مفعول توباز ضروري أحيانا للمساعدة على تجاوز الصعاب شريطة أن يكون عن وعي لضبط التدخل موقعا ودرجة وشكلا.

2) <u>مفعول جوردان</u>. Effet Jourdain

– قد يعتبر الأستاذ أي سلوك يبديه المتعلم (حتى ولو كان هذا السلوك ساذجا) تعبيرا عن معرفة عالية. ويترتب عن هذا الخطأ في التقدير، تغليط المتعلم، وعليه منع حدوث التعلم المستهدف. يصبح كل طرف من هذه العلاقة التعليمية الغير السوية يعتبر نفسه راضيا وقد حقق دوره. لقد حدث في الواقع انقطاع في العقد التعليمي، تسبب فيه الأستاذ.

3) الانزلاق المعرفي. Le Glissement métacognitif

– تحويل تقنية حل مشكل مثلا إلى هدف التعلم ونسيان المعرفة الحقيقية الواجب تطويرها.

قد لا يتوقف المدرس أحيانا، في إبلاغ ما يريد إبلاغه للمتعلمين، فيعجز بالتالي، عن دفعهم نحو تحقيق الهدف المتوخى، فيلجأ (كتعويض عن فشله) إلى تبريرات متعددة، ويتحول إلى موضوعات أخرى، مستبدلا بذلك الموضوع الذي يشكل المحور الفعلي للدرس، أو قد يركز شرحه على طريقة أو تقنية معينة ويتوقف عندها كبديل عن الموضوع المرغوب فيه.

4) مفعول الطموح غير المفهوم.

الضن بأن الجواب المنتظر من المتعلم تحصيل حاصل. فيمرّ الأستاذ عن بعض الأمور مرور الكرام معتقدا بأن القضية مفهومة ومفروغ منها.

5) شيخوخة بعض الوضعيات التعليمية.

إن مرور الزمن والتغيرات المستمرة للبرامج والمناهج، قد يؤدي إلى نوع من التقادم في الوضعيات الديداكتيكية، فيصبح المدرس غير قادر على إعادة إنتاج نفس الوضعيات لتؤدي الغرض المنتظر منها. وهذا الإحساس بالتقادم أو التقادم الفعلي، في أغلب الأحيان، يطرح إشكالية ديداكتيكية أساسية خاصة إذا انتبهنا إلى أن بعض التغييرات التي تطرأ على المناهج قد لا تمليها ضرورات تربوية بقدر ما تترجم نوعا من اتباع الموضة.

3–مفهوم التمثلات (التصورات).

التمثل في اللغة العربية من مثل له شيئا، أي صوره، حتى كأنه ينظر إليه. وامتثله، أي تصوره، ومثلت له تمثيلا، إذا صورت له مثاله بكتابة وغيرها، وتمثيل الشيء بالشيء تشبيه به. فالتمثيل والتمثل إذن متقاربان، وهما يشتركان في أمرين: حضور صورة الشيء في الذهن، والآخر قيم الشيء مقام الشيء.

وحسب قاموس (Petit Robert) فإن التمثل يعني عملية استحضار شيء أمام أعين أو ذهن فرد معين بشكل يجعل ذلك الشيء أكثر حساسية عن طريق صورة أو شكل أو رمز.

أما التحديد السيكولوجي للتمثل فهو: كما يعرفه Durkheim بأنه يعكس صورة الحقيقة والواقع من جهة، وأداة تمثيل ذلك الواقع من جهة ثانية، ومن هنا نستشف أن التمثلات هي أنواع أو ضروب من أشياء توجد في رؤوس (أذهان) التلاميذ.

ويُعرف Develay التمثلات على أنها الكيفية التي يوظف بها الفرد وبصورة شخصية معارفه السابقة لمواجهة مشكل معين خلال وضعية معينة.

وعموما فالتمثل عبارة عن صيغة من المعارف الداخلية التي يعمل المتعلم على تشغيلها ضمن وضعية معينة عندما يكون أمام موضوع أو ذات، مطلوب منه أن يقاربه ويدمجه. والمتعلم يعمل عن طريق التمثل على كنينة المعرفة على مستوى ذهنه بعد أن كانت محددة ضمن سياق واقعي مادي، بمعنى أن يحول الصور المادية إلى قوالب معرفية قصد إعادة تشكيل الواقع من جديد. ولكل متعلم جهازه التمثيلي الخاص حسب طاقته الاستيعابية وقدرته على التجريد. وينصب عمل المدرس في هذا الإطار على ثلاث مستويات: مستوى فهم التمثلات، مستوى ضبط مصادرها، ومستوى استثمارها وتوظيفها في توجيه التعلم.

4- النقل / التحويل التعليمي(الديداكتيكي).

هو عموما مجموعة التحولات التي تطرأ على معرفة معينة في مجالها الصرف من أجل تحويلها إلى معرفة تعليمية قابلة للتدريس.

4-1. مسارات المعرفة: من المعرفة العلمية الصرفة إلى المعرفة المدرسية.

<u>المعرفة العلمية / موضوع المعرفة</u>: وهي المعرفة المتداولة من طرف العلماء المختصين ولا يمكن بأي حال من الأحوال أن تمرر للمتعلمين على حالتها تلك. فمن البديهي أن التلاميذ لا يمكنهم التعامل مع هذه المعرفة لأنها مبنية على مفاهيم مجردة ومعقدة من الصعوبة بمكان تمثلها، زيادة على كون مصدر هذه المعرفة غير ثابت تبعا للوضعية الدينامية للمعرفة العلمية.

- إن المعرفة العلمية يجب أن تبقى المصدر الذي يستقي منه المدرس المعرفة المدرسية؛
- إن دراسة تاريخ المعرفة العلمية من شأنه أن ينير سبيل المدرس في خصوص العراقيل الإبستومولوجية التي واجهتها الإنسانية في اكتشاف المفاهيم العلمية، وهي عراقيل غالبا ما يوجهها التلاميذ خلال عمليات التملك الاصطناعي للمفاهيم العلمية.

4-2 شروط وخصائص نص المعرفة المدرسية:

إن انتقال المعرفة من إطارها العلمي الأصلي إلى الإطار المدرسي، مشروط بمجموعة من الإجراءات العلمية التي ينبغي احترامها قصد ضمان نجاح فعل النقل الديداكتيكي، نذكر منها ما يلي:
تجزئة الأطر النظرية للمعرفة إلى حقول محددة متناهية تسمح بظهور ممارسات تعلمية متخصصة؛

التجرد من السياق الخاص:

إن أول خاصية تميز نص المعرفة المدرسية هي انفصاله الواضح عن المحيط الإبستمولوجي الأصلي، إذ يتم إقصاء وتجاهل المسارات الفعلية والظروف الحقيقية التي كانت خلف ميلاد وانبثاق المعرفة (تجاهل المحاولات الأولية التي مهدت للبحث، الحيرة المنهجية التي شملت لحظات البحث، الظرف الفعلية الخاصة التي طبعت مراحل انبثاق وولادة المعرفة موضوع الاشتغال...).

ومن مميزات المعرفة عندما تقدم باعتبارها نصا مستهدفا للتدريس: معرفة متماسكة خاضعة لنظام منطقي – لا يتم الاحتفاظ إلا بالسياق الأكثر عمومية – تختلف القضايا في هذا الإطار عن الحجم الحقيقي الذي كانت تشغله وهي في حظيرة البحث.

إن مظاهر هذا التحول الذي يطرأ على المعرفة العالمة، يمكن النظر إليه من منظورين: أحدها إيجابي والثاني سلبي، الأول إيجابي ويتمثل في جعل المعرفة عمومية، إذ يمكن استثمار النتائج والتحقق منها من طرف أي فرد كان، أما المنظور الثاني السلبي فيتمثل في الغياب الجزئي أو الكلي للسياق الذي تم فيه الاكتشاف.

تجاوز الطابع الشخصي للمعرفة:

الخاصية الثانية التي تميز نص المعرفة المدرسية هي أن المقتضيات الديداكتيكية لتنصيص المعرفة تعمل على عزل المنتوج العلمي عن صاحبه، بغرض تجريد هذا المنتوج من أي طابع شخصي من شأنه التأثير سلبا في الصفاء المفترض للمعرفة العالمة، مما يؤكد على أن المدرسة تعمل على تلقين معارف لا تكشف عن الظروف التي كانت خلف انبثاقها.

قابلية المعرفة للبرمجة:

تعد هذه الخاصية من الخاصيات الملازمة للمدرسة، التي من وظائفها البرمجة والتخطيط لتوالي المحتوى والمضامين وفق مراحل متدرجة من الصعوبة. ومن ضمن ما تعنيه هذه الخاصية هو أن بعض المفاهيم يحسن تقديمها أو تأخيرها في عملية التدريس على مفاهيم أخرى.

إن نص المعرفة وفق هذا المنظور يقوم على شكل خاص من التدرج في المعلومات، ويتوفر على بداية ونهاية كما أنه يعتمد على سلاسل استدلالية مترابطة الحركات.

إشهار المعرفة وترويجها:

إذا أصبح نص المعرفة المدرسية بعد المعالجة نصا متميزا بموضوعيته وبتجرده من أي طابع شخصي أو ذاتي ممكن، فمعنى ذلك أنه قد أصبح نصا قابلا للعرض والإشهار، وبأن المعرفة التي سيتم تلقينها تتيح إمكانية المراقبة الاجتماعية لعمليات تعلم التلاميذ. ومن الملاحظ أن المعارف الواجب تدريسها، إذا كانت تخضع للتحديد والضبط بواسطة البرامج الدراسية، فإن المعارف المدرسة، تظل محتجبة غير مشرعة لأنها من مسؤوليات المدرس. لذلك، فإشهار المعارف الواجب تدريسها يوازيه احتجاب المعارف الفعلية التي يقوم بها المدرسون بتدريسها (لكل مدرس طريقة عمله ومنهجيته والأهداف التي يطمح إلى تحقيقها...).

– استعمل مفهوم النقل / التحويل الديداكتيكي لأول مرة في ديداكتيك الرياضيات من طرف " إيفيس شفلار "Yves Chevallard، ويعني تحويل المعرفة من مجالها العالم والصرف إلى مجال آخر لتكون قابلة للتدريس.

فالنقل الديداكتيكي هو مجموعة التحولات التي تطرأ على معرفة معينة في مجالها الصرف من أجل تحويلها إلى معرفة تعليمية قابلة للتدريس.

وخاصة من خلال كتابه **" Du savoir savant au savoir enseigné "** هذا الكتاب الذي يبين كيف تتحول المعارف والنظريات الرياضية لتصبح معارف مدرسية.

أولا في البرامج التعليمية، ثم في الأقسام. وقد لاقت هذه النظرية نجاحا كبيرا، وواجهت امتحانا مزدوجا وهو تجربة هذه النظرية خارج الرياضيات من جهة وخارج التعليم التقليدي من جهة أخرى.

وقد أصبح مصطلح التحويل التعليمي شائع الاستعمال في العلوم التربوية وفي كل المواد المدرسة (رياضيات، فلسفة، فيزياء...الخ).

فما هو التحويل التعليمي إذا:

نجيب عن هذا السؤال في أربعة نقاط:

1– تظهر المعارف وتتطور في وسط معين (العالم). وهذا حسب ما تفرضه الحاجة الاجتماعية. ويكون إنتاج المعرفة في ظروف معقدة وصعبة

2– الحاجات الاجتماعية تفرض على المعرفة المنتجة العيش في وسط آخر (معلم–تلميذ) غير الذي أنتجت فيه.

3- كل معرفة موجودة عند كائن ما يمكن أن تعيش عند كائن أخر لكن بطريقة أخرى.

4- بعد أن تنتقل المعرفة إلى وسط غير الذي أنتجت فيه فانه يطرأ عليها تغيرات بحسب الحاجة إليها فمثلا :المعرفة الرياضية تستعمل في الاقتصاد. الجغرافيا، الفيزياء...

من خلال ما سبق يتضح لنا أن المعرفة لا يمكن أن تنتقل بشكل آلي من مصدرها إلى المتعلم، وإنما تخضع إلى تحولات مختلفة. فنظرية التحويل التعليمي تدرس التحولات والتغيرات التي تطرأ على المعرفة أثناء انتقالها.

يمكن أن نميز ثلاث محطات تمر بها المعرفة أثناء عملية التحويل التعليمي.

1- معرفة العالم (معرفة مرجعية).
2- معرفة قابلة للتعليم (البرامج المدرسية. مذكرة الأستاذ).
3- معرفة متعلمة (معرفة التلميذ).

3-4 التحويل التعليمي الخارجي:

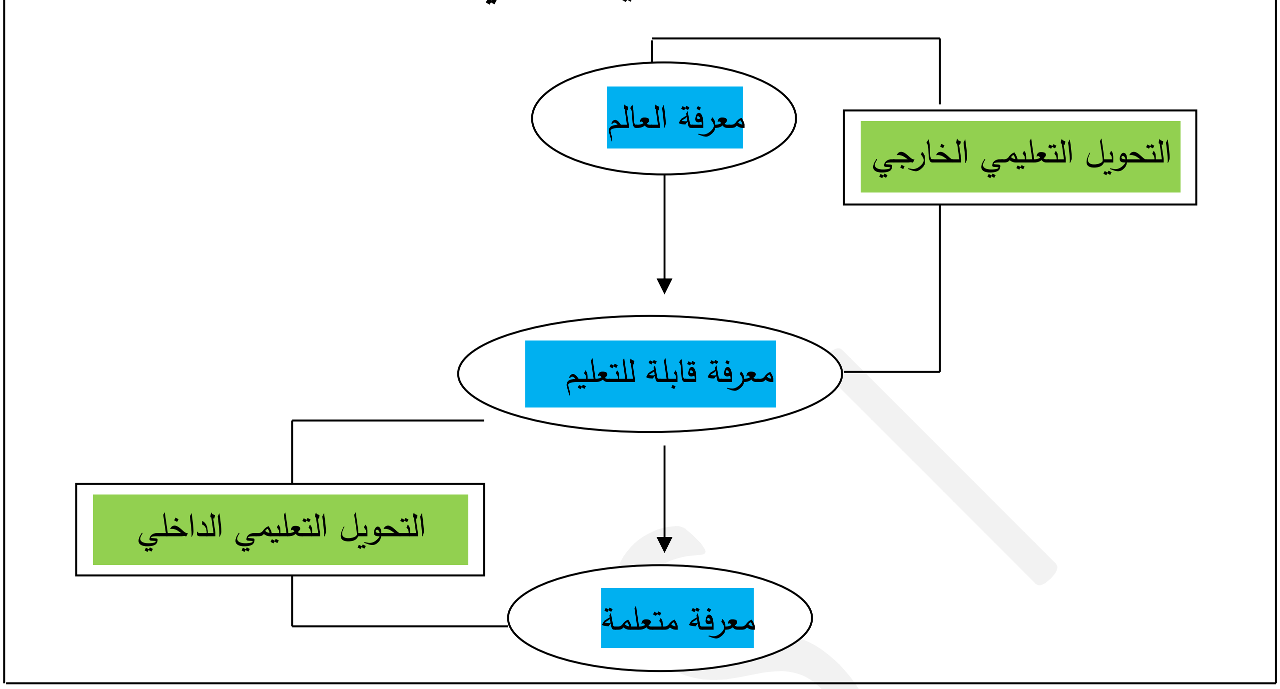
هناك مسافة بين معرفة العالم والمعرفة القابلة للتعليم. وهذه المسافة ليست متعلقة فقط بسن الطفل ونموه العقلي، الذي يقوم بها المكلفون بالتفكير في محتويات التعليم والمعدون للبرامج المدرسية من أساتذة جامعيين ومهتمين بمشكلات التعليم، ومؤلفي كتب ...الخ، فيحدثون غربلة وتصفية للمعرفة، باختيار ما يناسب منها لمرحلة معينة من التعليم.

وحتى تنتقل المعرفة في هذه المرحلة من معرفة العالم إلى معرفة قابلة للتعليم يجب أن تخضع إلى:

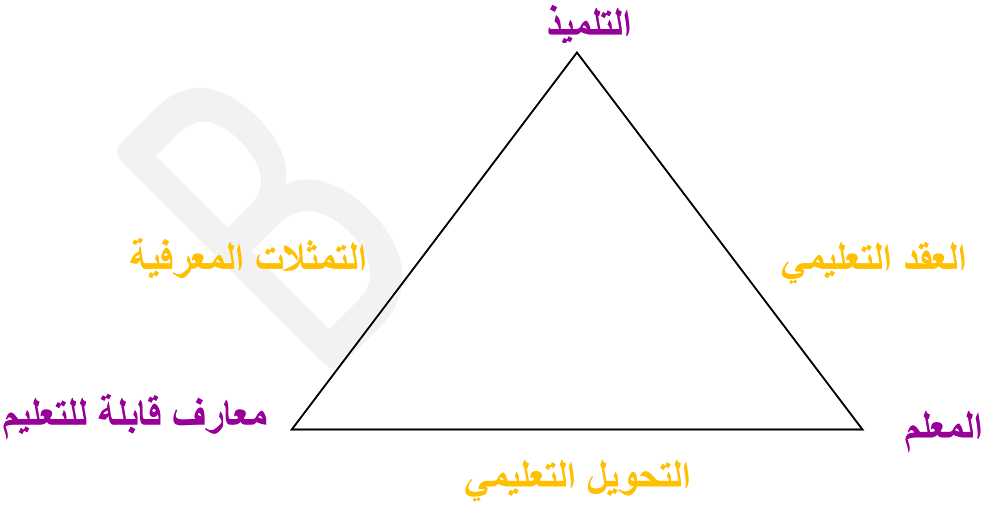
1- تقسيم المعرفة إلى ميادين معرفية.	La Désyncrétisation
2- الفصل بين المعرفة والشخص.	La Dépersonalisation
3- البرمجة	La Programmabilit
4- إعلان المعرفة.	La Publicité
5- الضبط الاجتماعي للمعرفة.	La Contrôle social

مخطط التحويل التعليمي:

مخطط التحويل التعليمي



يصبح المثلث التعليمي كما يلي:



3-كيف يعمل علم الرياضيات؟

- **الرياضيات هي أداة للحياة العملية:**

حتى بداية الستينات كان تعليم الرياضيات يسمح بإعداد الأطفال لأخذ أدوارهم في الحياة اليومية والعملية.

- **الرياضيات تكوين للفكر:**

في نهاية الستينات ومع تطور الحياة بدء تعليم الرياضيات يأخذ منحى آخر، بشكل يجعل منها تسهم في تطوير بنى التفكير والذكاء وليس لتقديم وصفات لحل مشاكل الحياة اليومية فقط.

ساهمت أعمال Jean PIAGET وفوج Nicolas BOURBAKI من إعادة البرامج المدرسية وسميت بإصلاح الرياضيات الحديثة حيث تشكل فوج بحث مكون من جامعيين بهدف معرفة صعوبات تعلم الرياضيات وكذا تطوير التكوين المستمر للأساتذة.

- **تعليم الرياضيات لأجل تكوين المواطن**
- **تعليم الرياضيات المفيدة لتعلم المواد الأخرى**
- **تعليم الرياضيات لتطوير كل فرد:**

تعليم الرياضيات يؤدي إلى: -التحكم في اللغة (فهما وتعبيرا)

- تكوين التفكير والتعليل

وتعتبر الرياضيات نشاط من أنشطة التفكير والذكاء، ولأجل تعليمها ينبغي معرفة المحتويات والطرق التي يجب أن يكتسبها الطفل.

يقدم علم الرياضيات (المنتوج الرياضياتي) بأشكال مختلفة منها الشكل التبديهي (يستخدمه معظم الرياضياتين)، التقديم التاريخي الابستمولوجي والتقديم بالمشكلات وغيرها.

يتميّز علم الرياضيات بإمكانية تبليغه وتوظيفه في وضعيات جديدة مختلفة تماما عن تلك التي تولّد (وضعيات مفبركة.) من أجل ذلك فإن عمل كل من الرياضياتي والتلميذ والمعلم، حسب بروسو، يتم كما يلي:

✓ **عمل الرياضياتي** :قبل أن ينشر الرياضياتي منتوجه العلمي، عليه التأكد من أن:

– عمله مهم للآخرين.

–البراهين المقدمة ليست مجرد تخمينات.

–حذف كل تفكير غير مفيد، وكذا آثار الأخطاء.

–لا بد من البحث عن النظرية الأكثر عمومية بحيث تظل النتائج فيها صحيحة.

–البحث عن الإجراء الذي يجعل هذا العلم يتصف باللاذاتية واللاسياقية واللاوقتية.

✓ **عمل التلميذ:** لا بد أن يكون العمل الذاتي للتلميذ، في أغلب الأحيان، مشابها للنشاط العلمي الموصوف سابقا. تعلّم الرياضيات لا يقتصر فقط على معرفة التعاريف والنظريات وتوظيفها، بل يستوجب حل مشاكل، وإيجاد أسئلة جيّدة، وإعادة الانتاج العلمي مما يتطلب التصرف والتعبير والقيام بالبراهين والتبادل مع الغير، وهذا كله من صميم عمل التلميذ.

✓ **عمل المعلّم** :عمل المعلم يعاكس أحيانا عمل الرياضياتي، فهو يعيد إعطاء السياق والذاتية للمعارف الرياضياتية، وتوفير الشروط الخاصة لكي تصبح تلك المعارف ذات معنى بالنسبة للمتعلم. يعمل المعلم على أن تطرح الأسئلة الجيّدة، وأن يتحكم في المناقشات حتى يجعل التعبير وسيلة للتحكم في الصياغة مثلما يجعل البرهان وسيلة للإقناع.

❖ **العلاقة بين الابستمولوجيا وتعليمية الرياضيات:** تعطي تعليمية الرياضيات مكانة أساسية للمفاهيم من حيث أصلها وتكّونها، وتعتمد على ثلاث توجهات:

–دراسة تكّونها التاريخي.

–دراسة سيرورة بنائها أثناء التعلّم.

–إيجاد العلاقات فيما بينها.

الجدول الموالي يلخص هذه التوجهات، ويوضح العلاقة بين الابستمولوجيا وتعليمية الرياضيات:

الخاصة الابستومولوجية	المُسألة التعليمية
تكون المفاهيم الرياضية عبر التاريخ خضع لعدة تعديلات متعاقبة عبر عدة فترات وأزمنة لكل منها خاصيتها وحواجزها الابستومولوجية والتي قد تكون زالت فيما بعد	هل يمكن تسليط الضوء على مختلف الحواجز التي تعرض لها كل مفهوم في مختلف مراحل تطوره؟ وكيف أصبحت بعد ذلك؟

المفهوم العلمي هو إجابة عن سؤال أو مشكل	كيف يمكن التحسين التفكير عن طريق حل المشكلات
يمكن صياغة المفهوم هرميا حسب درجة تجرده وتعقيده	ماهي مختلف مستويات صياغة مفهوم رياضي؟
المفاهيم لا ترتب ولا تتراكم خطيا، ولكن كل مفهوم موجود ضمن عائلة من المفاهيم	العلاقة بين المفاهيم، أي روابط؟

عناصر النشاط الرياضي.

يصبو تعليم الرياضيات إلى تحقيق هدفين أساسيين، أولهما يخص الجانب التفكيري (التنظيم التفكير: التجريد، الفهم، التَّميز، المنطق)، بينما يخص ثانيهما الجانب النفعي (نفعية الرياضيات في الحياة). يتميز النشاط الرياضياتي بتعدد جوانبه مما يجعله معقدا، وبالتالي مزاولته بفعالية تتطلب استعمال كفاءات متنوعة.

ولعل جوانب النشاط الرياضياتي الأكثر شيوعا بين المدرسين والتعليميين تتمثل في الشكلية والخوارزمية والحدسية، وذلك رغم وجود بعض الاختلاف بشأنها بين الرياضياتيين وإغفال بعضها الآخر على غرار الجانب التجريبي.

• تجسد الجوانب الثلاث المذكورة آنفا نموذجا لنشاط رياضياتي يتّسم بتفاعل بين رياضيات شكلية استنتاجية دقيقة ورياضيات كنشاط إنساني.

الجانب الشكلي. ويشمل البديهيات والتعاريف والنظريات والبراهين.

البديهيات :وهي قضايا بيّنة بنفسها (يقبلها العقل دون حاجة إلى برهان).

مثال1: تقديم لمجموعة الأعداد الطبيعية عن طريق بديهيات بيانو Peano:

- ❖ الصفر عدد طبيعي.
- ❖ لكل عدد طبيعي عدد طبيعي وحيد يليه (يسمى العاقب).
- ❖ لا يمكن أن يكون العاقب صفرا.
- ❖ إذا وجد عاقب لعددين طبيعيين كانا متساويين.
- ❖ أي جزء E من غير خال $\mathbb{N}$ يحقق الشرطين:

$$\begin{cases} 0 \in E \\ n \in E \rightarrow n+1 \in E \end{cases}$$

يكون مطابقا للمجموعة $\mathbb{N}$

مثال2: تقوم هندسة أُقليدس على خمس مصادرات (بديهيات)؛ تنص خامستها على أنه: <<من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم إلا موازيا وحيدا لهذا المستقيم>> .

أفضى الجدل الطويل بين الرياضياتيين حول هذه المصادرة إلى ميلاد هندسات جديدة لا–أقليدية تقوم على نفس مصادرات أقليدس باستثناء مصادرة التوازي. أبرزها الهندسة الزائدية لكل من لوباتشيفسكي 1829وبولاي1832 والتي تعتمد على المصادرة "من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم أكثر من مواز له" (وفيها يكون مجموع أقياس زوايا مثلث أصغر من 180درجة)؛ وكذا الهندسة الكروية أو الإهليليجية لريمان 1867والتي تعتمد على المصادرة "من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم أي مواز له" (وفيها يكون مجموع أقياس زوايا مثلث أكبر من 180درجة).

تصنّف أنماط البرهان (المباشر أو غير المباشر) ضمن المناقشة أو البرهان الاستنباطي، ولمزاولة النشاط الرياضياتي لا بد من تعلّم البرهان في المدرسة، ويرجع ذلك بالأساس إلى الأسباب التالية:

1. إن توسيع المعارف الرياضياتية وإعادة صياغة المعارف القائمة يتطلب البرهان على صحة النظريات مما يسمح بالتوسع والكشف الرياضياتي.
2. يساعد البرهان على اكتساب أفضل الطرق المستعملة من طرف الرياضياتيين وكذلك طبيعة البناء الرياضياتي.
3. يوفر البرهان موقفا محايدا يمكن من اختيار الصيغ الاستنتاجية الصحيحة.
4. يمكن البرهان من التدّرب واكتساب استَراتيجيات لحل المشكلات وكلها تؤدي إلى نمو التفكير السليم في الذهن.
5. يمكن القول إن البديهيات والتعاريف والنظريات والبراهين هي عناصر عملية الاستدلال.

الجانب الخوارزمي.

لا يكفي الجانب الشكلي لحل المشاكل بل لابد من الجانب الخوارزمي.

- لابد من المهارات التي تكتسب عن طريق التدريب المنتظم والنسقي حتى لا تنسى.
- تدعيم المهارات العقلية بأخرى تطبيقية وخوارزمية.

مثال: إيجاد القاسم المشترك الأصغر لعددين طبيعيين (خوارزمية أقليدس).

الجانب الحدسي.

ويعتمد على درجة الذاتية في قبول مفهوم أو نظرية أو حل.

- يمكن الإشارة إلى عدة أنماط من الحدس وهي :المعرفة الحدسية، الفهم الحدسي، الحل الحدسي.
- إن المعرفة الحدسية هي تلك المعرفة التي تقبل مباشرة بدون حاجة إلى تحقيق لأنها تمتاز بالحجة الذاتية.

مثل :الكل أكبر من الجزء؛

من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مواز وحيد له؛

أقصر مسافة بين نقطتين هي طول قطعة المستقيم الواصلة بينهما.

–إن المعارف الحدسية قد تنسجم مع الحقائق المبررة منطقيا ولكن أحيانا قد تتعارض معها؛ ففي الحالة الأولى يكون الحدس مسهلا للتعلّم بينما في الحالة الثانية يكون حاجزا ابستمولوجيا للتعلّم وحل المشكلات.

أمثلة

–مفهوم الهندسة الأُقليدية (حوالي 300سنة ق. م) والهندسة اللا–أقليدية القرن19م.

–مفهوم اللانهاية: الكامنة (منذ القدم) والحالية (القرن19).

4- الوضعية التعلمية LA SITUATION DIDACTIQUE

على الأستاذ، توفير الشروط المشجعة للنشاط الرياضي للتلميذ، وذلك بتنظيم وضعيات حوار أو مشاريع بسيطة للبحث تثير عند التلميذ تذوق فائدة البحث والتبادل مع الآخرين وبذل الجهد للفهم.

2. الوضعية التعلمية:

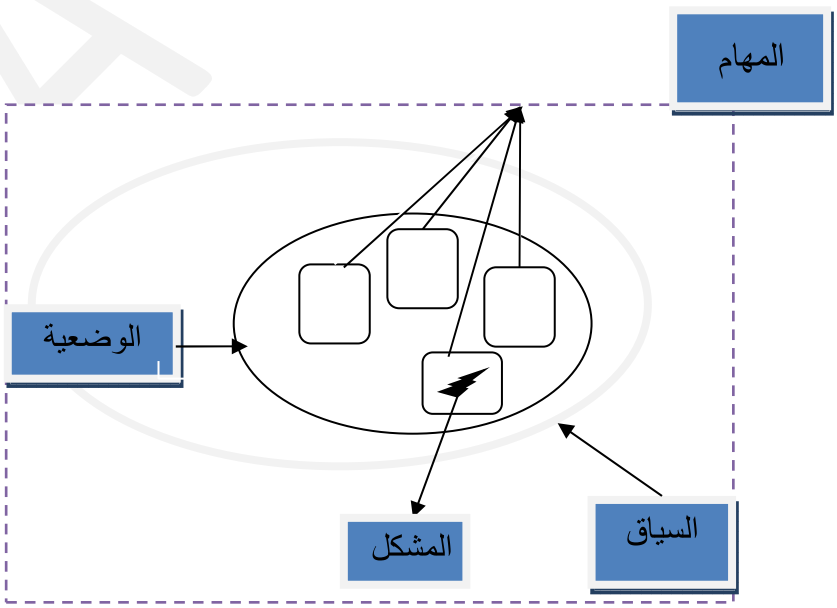
- هي وضعية مبنية انطلاقا من حاجيات تعلّم التلميذ على ضوء المعارف المستهدفة(وفق مقتضيات المنهاج) وتمثل كلّ ما يقوم به التلميذ لغرض تحقيق التعلم.
- هي مجموعة أنشطة تهيئ المتعلم لبناء تعلمات جديدة (معارف – أداءآت – مواقف وقيم)عن طريق تعبئة موارده وقدراته للوصول للأهداف المسطرة.

هي وضعية تمثل:

1. وضعية انطلاق: ينطلق منها المتعلم لإنتاج تعلمات جديدة.
2. وضعية اكتشاف: لاكتساب معارف جديدة.

3. مكونات الوضعية التعلمية:

- السندات (الدعائم) : مجموعة العناصر المادية التي نقترحها على المتعلم.
- المهمة: النشاط والأوامر (ما يطلب من التلميذ القيام به) أو المنتوج المتوقع مسبقا
- التعليمات: مجموعة توصيات العمل.



Plan de P. Jonnaert

* **الوضعية** ← **جملة من الموارد**
← **مهمات**
← **لها غرض**
← **لها معنى ودلالة بالنسبة للمتعلم**

* التعلمية ← تهدف إلى تعلم التلميذ: أي اكتسابه معارف جديدة

على ضوء هذا نستنتج التعريف التالي:

الوضعية التعلمية: جملة من المهام، داخل سياق، لها غرض تعلمي ولها معنى بالنسبة للمتعلم، يُسخر فيها المتعلم قدراته وموارده ليبني من المفهوم القديم مفهومـــا جديدا.

ملاحظة. إذ كان في أحد المهام السابقة عائق أو مشكل تسمى عندئذ بوضعية المشكل.

السياق: الإطار الزماني والمكاني والثقافي والاجتماعي والمدرسي الذي قد يتواجد فيه التلميذ.

- **تسيير حصة تعلم (وضعية تعلميه)** . مستوحاة من أعمالGuy Brousseau

1-مرحلة بداية الفعل (Action)-النشاط -

عمل فردي (من 5دقائق إلى 10) ثم جماعي.

- يعمل التلاميذ في مجموعات صغيرة (P.G حول وضعية معينة).

هذه المرحلة المفضلة في النشاط الفكري للتلاميذ:

* تحليل خبايا المسألة، يتجلى التساؤل بكل مظاهرة.

* توظّف هذه المرحلة كل المعارف الممكنة والمفاهيم، ويحدث مواجهة ما بين الأفكار.

هدفها صياغة الفرضيات الناتجة عن حل المسألة المطروحة.

- يمر الأستاذ بين أفواج العمل ويحرص على احترام التوصيات، يسير الوقت، يحفز الأفواج على العمل.
- لا يساعد التلاميذ على حل المسألة ولا يعطي رأيه حول السؤال المناقش.
- تساؤلات تحفز التلاميذ على التفكير ولا يجدون فيها الإجابة الصحيحة مباشرة. يوجه ويساعد عند الضرورة المجموعة المتعطلة، ولا يعطي الإجابات الصحيحة، ويساهم أحيانا هو الآخر بفرضيات خاطئة.

- الخطأ: وسيلة للتعلم

أهداف المرحلة: إثارة فضول واهتمام التلاميذ، السماح بالتعبير عن تصوراتهم القبلية، محاولة تبني المشكلة المطروحة من طرف التلاميذ.

2-مرحلة الصيـاغة

- يحرر التلاميذ وثيقة يصوغون فيها فرضياتهم يمكن أن تكون هذه الوثيقة معلقات أو شفافيات أو وثيقة عادية يمكن استنساخها.
- يعبر كل فوج كتابيا عن الفرضيات التي توصل إليها.
- تخضع هذه الفرضيات إلى المناقشة والتجريب.
- يناقشون ويقارنون النتائج المتوصل إليها فيما بينهم، يقترحون ويساهمون في كتابة الخلاصات والمعارف المتوصل إليها من خلال النشاطات.

عمل الأستاذ: * يحرص الأستاذ على احترام التوصيات وتسيير الوقت.

* يوقف النشاطات، وينتظر عودة الهدوء.

* ينظم حوصلة النشاطات لمختلف المجموعات: مقابلة النتائج التي تعرض على السبورة (القياسات، الإجابة على السؤال/حل الإشكالية...الخ.)

* يدعم المعرفة المتوصل إليها، يُقننها. يطلب من التلاميذ تدوين الأثر الكتابي. يكتب عنوان الدرس الذي لم يكتب في البداية (وهذا ضروري في حالة إتباع حل وضعية-إشكالية)

أهداف المرحلة: التحضير لبناء جماعي للمعرفة المستهدفة من هذه الوضعية، تمكين التلاميذ من هيكلة المعارف.

3-مرحلة (المصادقة، انتقاء الأصح) Validations

- يعمل التلاميذ في نظام الأفواج الصغيرة أو في نظام قسم كامل.
- تناقش الفرضيات، تلغى منها تلك التي لا تتمكن من الثبات بعد المناقشات.
- تخضع عندئذ الفرضيات المتبقية إلى تجربة يتبع التلاميذ (نهج بناء بروتوكول) يبنونه بأنفسهم. يجرب التلاميذ بتحقيق جزء أو كل من بروتوكول التجربة.
- (يمكن تجزئة هذا العمل إلى نظام أفواج صغيرة).

- o يوجه الأستاذ المناقشات من أجل تحديد كل الآراء مع لفت الانتباه إلى عناصر النقاش المنسجمة والأخرى المتعارضة.
- o يحقق التجربة التلاميذ أو الأستاذ.
- o تجمع نتائج التجربة ويقرها الأستاذ.

4-مرحلة الاستنتاج أو الحوصلة (الإنشاء أو التأسيس)

* يصوغ الأستاذ الملخص مع إعطاء حل المسألة المطروحة أو جواب السؤال المدروس.

* تصاغ المعارف المبنية وتعمم.

* تصبح عبارة عن معارف قابلة للاستعمال في وضعيات أخرى محددة

* تعطى أمثلة بصورة وثائق أو تمارين.

* يسجل التلاميذ في دفاترهم ما يمليه عليهم الأستاذ.

المعلم يعرض المعرفة استناد على منتوج التلاميذ، ويخرج المعرفة من إطار المشكل حيث تصبح المعرفة غير مرتبطة بالوضعية.

5- الوضعية المشكل.

المشكل في العموم هو كل عائق لمسألة حياتية وليست له صيغة صورية معينة. فقد يأتي في جملة أو جملتين أو... حكاية طويلة. أما لغة فهو الأمر المشتبه وغير المستبين؛ ويقال: أشكل على الأمر، إذا اختلط، والأشكال عند العرب: اللونان المختلطان. فالمشكل لغة هو: المختلط والملتبس، وكل ما لا يبين. (Problème) مشتقة من اللفظ الإغريقي (Problema) وهو يعني كل ما هو صعب التفسير أو الحل؛ فهو تساؤل يستوجب الحل بواسطة إجراءات علمية تتطلب المناقشة.

يقصد بالمشكل حسب باري (W. Barais) كل وضعية تتميز بـ: مجموعة من العمليات، مجموعة من الأسئلة المحددة للهدف المراد بلوغه، مجموعة من المتطلبات التي تحدد أفعال الفرد ونشاطاته.

يقصد بحل المشكل التعرف على الوسائل والطرق التي تزيل العوائق والتي تحول دون الوصول إلى الهدف ثم توظيفها بنجاح للوصول إليه (الحل)؛ وهو ما تنجر عنه إزالة حالة التوتر. بالنسبة لڤوڤلان (P. Goguelin) فالحل هو المرور من حالة ابتدائية غير مرضية (المعطيات) إلى حالة نهائية منشودة "الهدف". أما بوليا (G. Polya) فيرى أن الحل هو البحث بطريقة مدركة عن بعض خطوات العمل من أجل الوصول إلى هدف واضح، نيله أو الوصول إليه ليس مباشرا.

يشتق معنى المشكل من المقصد المراد تحقيقه، والحاجز المانع لتحقيق القصد، والأهمية المعطاة لهذا المشكل. ويمتاز المشكل بثلاث وظائف أساسية. فهو معيار للتعلم يمكن التلميذ من استيعاب مفهوم ما. محرك للتعلم يسمح بمعالجة وضعيات معيشة ويمنح التلاميذ دافعية أثناء معالجتهم النشاطات الوظيفية. وسيلة للتعلم يسمح بتجنيد التلميذ وتسليحه بعزم في حل يسوقه إلى تطوير وسائله الذهنية الضرورية.

يصنف بوليا المشكلات إلى صنفين: روتينية وغير روتينية. المشكلات الروتينية أو ما جرت العادة على تسميها بالتمارين، يستعمل التلميذ لحلها تطبيقا بسيطا لقاعدة ما أو لطريقة مقدمة من طرف المعلم يعرفها من قبل. يمكن الإشارة هنا إلى نوعين من المشكلات الروتينية المستعملة في مدارسنا هي التمارين التطبيقية والتمارين التدريبية. المشكلات غير الروتينية هي تلك التي تتطلب من

التلميذ، عكس المشكلات الروتينية، جهدا أكبر لمعالجتها، بحيث لا يستطيع حلها بتوظيف تطبيق بسيط لنظرية أو قاعدة، كما أنها لا تتضمن طريقة الحل.

يهدف تدريس الرياضيات عموما وتعلم حل المشكلات خصوصا إلى إكساب التلاميذ أساليب تفكير سليمة واستعمال الاستدلال. فالتلميذ يفكر ليحل مشكلا ما، ويبرهن ليقنع ويقتنع بصحة حله.

تغيرت النظرة للمشكل وحله بتغير نماذج التعلم، بدءا بالنموذج التلقيني مرورا بالنموذجين السلوكي والجشطلتي وصولا إلى البنائي. هذا الأخير الذي يعتبر واحدا من العناصر النظرية الهامة في تعليم وتعلم الرياضيات، وجوهر البنائية هو أن ينشئ المتعلمون أفهماهم الخاصة بنشاط. يتم تحفيز إنشاء أفكار جديدة من خلال الموقف الذي يمثل مشكلا، مما يحدث حالة عدم اتزان، تؤدي إلى نشاط عقلي وتعديل للأفكار.

يتأثر حل مشكل بعدد من العوامل المتنوعة، بعضها يتعلق بطبيعة المشكل ذاته، كسهولته، صعوبته، وضوحه أو مدى توافر المعلومات حوله، وبعضها يتعلق بالمتعلم ذاته، كخبراته السابقة، قدراته، أساليب تفكيره، دافعيته، مدى ألفته بطبيعة المشكل أو مدى قدرته على المثابرة وتحمل الغموض...الخ. إن تفاعل هذين النوعين من العوامل يؤثر في الاستراتيجيات التي يمارسها المتعلم في حل المشكل الذي يواجهه، لذا يجب أخذها في الاعتبار عند التدريب على حل المشكل في الأوضاع المدرسية العادية.

يمتاز التعلم القائم على حل المشكلات بخصائص جعلت منه العمود الفقري لجل البيداغوجيات التعليمية الحديثة، فهو يثير اهتمام المتعلم ويمكنه من اكتساب مهارات عقلية مثل الملاحظة، وضع الفروض، تصميم وإجراء التجارب والوصول إلى استنتاجات وتعميمات. كما يستخدم هذا النمط من التعلم في الكثير من المواقف خارج المدرسة، بذلك يمكن أن يستفيد المتعلم مما سبق تعلمه في المدرسة وتطبيقه في المجالات المختلفة في الحياة.

تأتي أهمية حل المشكلات في الرياضيات المدرسية من كونها مزدوجة الأدوار. فهي أداة تعليمية وتعلمية تجيب على تساؤلات وتطرح أخرى، أي أنها تغلق مسائل وتفتح أخرى أوسع، وهي من جهة أخرى مقصد، إذ يساعد الفرد على الوصول إلى إيجاد مخارج لهمومه الحياتية. يلعب المشكل

الرياضياتي دورًا محوريا في تعلم الرياضيات. فبواسطته يلمس المتعلم منطقية الرياضيات ويتطلع على جوانبها التطبيقية. إنه منطلق لبناء المعرفة الرياضياتية ومجال لاستثمارها وإثرائها. يعد بذلك حافزاً ومثيراً للتعلم، ومعالجته وحله بكفاءة يشعر المتعلمين بالغاية الحقيقية لتعلم الرياضيات.

تتوقف عملية حل مشكل ما، على الخطة أو الاستراتيجية المتبعة. ومن البديهي أن استراتيجية ما لا تصلح لحل جميع المشكلات، كما لا يمكن الحكم بأفضلية إستراتيجية معينة عن غيرها، إذ لكل مشكل طبيعته وطريقته في الحل، يصعب تطبيقها على مشكل آخر. يؤكد بوليا أن البحث عن استراتيجية مناسبة وفعالة بشكل تام وشامل لحل المشكلات يعد خياليا.

– الخطوات الخمس لحل المشكل حسب (J. Dewey): التعرف على المشكل، تحديد المشكل، استخدام الخبرات السابقة، اختبار صحة الفروض. تقويم الحل.

– يتكون نموذج (Wallas) من أربع مراحل، مرحلة التحضير، مرحلة الحضانة، مرحلة الإلهام، مرحلة التحقق. نشير هنا إلى أن المدرسة السلوكية تعترض على هذا النموذج، خاصة مرحلته الثانية. لأنها تعتبر أن العوامل الغير حسية هي أشياء غير مرئية لا يمكننا ملاحظتها.

يحاول الفرد عندما تواجهه حالة إشكالية ما، أن يجد لها حلا إجماليا بإعادة هيكلة حقله النفسي. إذا جرت هذه الهيكلة بسرعة، قلنا إن الحل جاء عن طريق التبصر. إذا كان هذا الحقل مستترا أو مبهما لأسباب شتى، أضحت الهيكلة غير ممكنة في الحال، وتأخر إيجاد الحل أو الرد على الجواب. يضطر الفرد إلى استعراض الوضعية عن طريق المحاولات والأخطاء في منهجية مهيكلة متدرجة. لبعض من الناس، إذا ما واجهتهم مشكلات من هذا النوع، سلوكات مشابهة تماما. لهذه الطريقة شكلان أساسيان هما:

أ. المحاولات والأخطاء العمياء (العشوائية): نعني بالعشوائية ذلك النمط الخاص من المحاولات والأخطاء العمياء الذي لا نجده إلا عند الأطفال الصغار والراشدين المضطرين الحائرين. وهي بالمعنى الأصح، ليست طريقة تعلم. إنها تمثل ترديا وتضعضعا لأشكال التعلم المتقنة.

ب. المحاولات والأخطاء المنظمة (التحقق من الفرضيات): يقوم الفرد المتوفر على كامل قواه، حتى لو اطرته وضعية إلى اللجوء إلى بحث بالمحاولات والأخطاء، بإدراج أكبر قدر ممكن من الفهم

في مسعاه، أو أكبر قدر من التنظيم إن تعذر ذلك. يرتكز هذا النمط من المحاولات على ركيزتين هما: إعداد الفرضيات وتقييم الفرضيات.

تعرف وضعية–مشكل بأنها "مجموع العلاقات الملموسة التي توجد فردا أو مجموعة أفراد في لحظة معطاة، ووسط ظروف عليهم أن يعيشوها ويتدبروها". ويقصد بها كذلك: وضع التلميذ أمام مشكل يتطلب حلا، على اعتبار أن المشكل هنا وسيلة للتعلم. فحوله تتمركز العدة التعليمية، بحيث يغدو منبعا ووسطا ومؤشرا لبناء التعلمات.

تتكون وضعية–مشكل من: الدعامة، يصطلح عليها كذلك بالسند أو الحامل وتتضمن العناصر المادية التي تقدم للتلميذ. تشمل الدعامة السياق أي المجال الذي تمارس فيه الكفاءة. المهمة، يقصد بها المطلوب من المتعلم إنجازه. التعليمات، هي التوجيهات التي تقدم بشكل صريح للمتعلم، قصد مساعدته على أداء مهمته.

تهدف وضعية–مشكل إلى تحقيق وظيفتين أساسيتين هما: الإدماج والتقويم. الإدماج هو سيرورة ربط المعارف السابقة بالمعارف الجديدة وإعادة هيكلتها بغرض معالجة وضعية ما. أما التقويم فيسمح بقياس قدرة المتعلم على الحل المتقن للمشكلات. تدرس تعليمية الرياضيات سيرورة تحويل واكتساب المعارف الرياضياتية في وضعية تعلم، بغرض تحسين العملية التعليمية والتعلمية، فهي علم تجريبي بالدرجة الأولى. إن كل الكتابات النظرية في هذا المجال ما هي إلا ترجمة لما يحدث داخل القسم ووصف لما يقوم به المعلم والمتعلم.

يشتق معنى المشكل من المقصد المراد تحقيقه، والحاجز المانع لتحقيق القصد، والأهمية المعطاة لهذا المشكل. ويمتاز المشكل بثلاث وظائف أساسية. فهو معيار للتعلم يمكن التلميذ من استيعاب مفهوم ما. محرك للتعلم يسمح بمعالجة وضعيات معيشة ويمنح التلاميذ دافعية أثناء معالجتهم النشاطات الوظيفية. وسيلة للتعلم يسمح بتجنيد التلميذ وتسليحه بعزم في حل يسوقه إلى تطوير وسائله الذهنية الضرورية.

يهدف تدريس الرياضيات عموما وتعلم حل المشكلات خصوصا إلى إكساب التلاميذ أساليب تفكير سليمة واستعمال الاستدلال. فالتلميذ يفكر ليحل مشكلا ما، ويبرهن ليقنع ويقتنع بصحة حله.

يتأثر حل مشكل بعدد من العوامل المتنوعة، بعضها يتعلق بطبيعة المشكل ذاته، كسهولته، صعوبته، وضوحه أو مدى توافر المعلومات حوله، وبعضها يتعلق بالمتعلم ذاته، كخبراته السابقة، قدراته، أساليب تفكيره، دافعيته، مدى ألفته بطبيعة المشكل أو مدى قدرته على المثابرة وتحمل الغموض...الخ. إن تفاعل هذين النوعين من العوامل يؤثر في الاستراتيجيات التي يمارسها المتعلم في حل المشكل الذي يواجهه، لذا يجب أخذها في الاعتبار عند التدريب على حل المشكل في الأوضاع المدرسية العادية.

يمتاز التعلم القائم على حل المشكلات بخصائص جعلت منه العمود الفقري لجل البيداغوجيات التعليمية الحديثة، فهو يثير اهتمام المتعلم ويمكنه من اكتساب مهارات عقلية مثل الملاحظة، وضع الفروض، تصميم وإجراء التجارب والوصول إلى استنتاجات وتعميمات. كما يستخدم هذا النمط من التعلم في الكثير من المواقف خارج المدرسة، بذلك يمكن أن يستفيد المتعلم مما سبق تعلمه في المدرسة وتطبيقه في المجالات المختلفة في الحياة.

تأتي أهمية حل المشكلات في الرياضيات المدرسية من كونها مزدوجة الأدوار. فهي أداة تعليمية وتعلمية تجيب على تساؤلات وتطرح أخرى، أي أنها تغلق مسائل وتفتح أخرى أوسع، وهي من جهة أخرى مقصد، إذ يساعد الفرد على الوصول إلى إيجاد مخارج لهمومه الحياتية. يلعب المشكل الرياضياتي دورًا محوريا في تعلم الرياضيات. فبواسطته يلمس المتعلم منطقية الرياضيات ويتطلع على جوانبها التطبيقية. إنه منطلق لبناء المعرفة الرياضياتية ومجال لاستثمارها وإثرائها. يعد بذلك حافزاً ومثيراً للتعلم، ومعالجته وحله بكفاءة يشعر المتعلمين بالغاية الحقيقية لتعلم الرياضيات.

خصائصها:

1. تُنظّم وضعية مشكل حول تخطي عائق من طرف القسم، يكون هذا العائق مشخصا مسبقا بكلّ دقة.
2. تكون الوضعية ملموسة وذات دلالة حتى تسمح للتلميذ بوضع فرضيات وتخمينات. فالأمر إذن، لا يتعلق بدراسة مثال توضيحي كما هو الحال بالنسبة إلى الوضعيات التقليدية.
3. يدرك التلاميذ الوضعية المقترحة كتحد حقيقي ينبغي رفعه بحيث يكون باستطاعتهم الخوض فيها ويعتبر ذلك شرطا أساسيا لتبني المشكل وبذل الجهد.

4. لا يملك التلاميذ في البداية وسائل الحل المقصود نظرا إلى العائق الموجود والمطلوب اجتيازه للوصول إلى هذا الحل.
5. تتضمن الوضعية مقاومة (صعوبة) كافية تجعل التلميذ يستثمر معارفه المكتسبة وكذا تصوراته بشكل تؤدي به هذه الوضعية إلى الشك في هذه المعارف والتصورات ومن ثمة اقتراح أفكار جديدة.
6. ينبغي ألا تكون الوضعية تعجيزية باعتبارها ليست إشكالية.
7. إن استباق النتائج والتعبير الجماعي عنها يكونان قبل البحث الفعلي عن الحل.
8. إن العمل على وضعية مشكل يعتمد الحوار العلمي داخل القسم والذي يشجع التنازعات المعرفية –الاجتماعية الكامنة.
9. إن التصديق عن حل الوضعية ينبثق عن طبيعة الوضعية وهيكلتها ولا يتم من طرف خارجي كالمعلم مثلا.
10. يمثل العرض الجماعي للسيرورات المتبعة مناسبة لإعادة التفكير بشكل يساعد التلاميذ على الوعي باستراتيجياتهم وتثبيتها في شكل إجراءات قابلة للتجنيد في وضعيات جديدة (إعادة استثمار).

بـحـث		تـعـلـم	
مشاكل مفتوحة	**مشاكل إعادة الاستثمار والتحويل**	**مشاكل تطبيقية مباشرة**	**الوضعية المشكلة**
تطوير قدرات البحث: حلول مختلفة، لا يوجد حل حل خبير غير معروف لدى التلاميذ. قدرات تفكيرية عالية	مشكلة معقدة باستخدام معارف متعددة بنيت في سياقات مختلفة. حصص معالجة	تدريب لإتقان معنى المعرفة الجديدة. حصص معالجة حصة تقييم	بناء معرفة جديدة أو اكتشاف جانب جديد من المعرفة السابقة

اعتمادا على وضعية التعلم، قد يكون لنفس المشكلة وظائف مختلفة

1- الهدف العائق

مفهوم العائق.العائق هو الحاجز أو العقبة والمانع.

إن **العوائق** الإبستمولوجية، بحسب باشلار، هي صيغة للتعبير عن مشكلة المعرفة العلمية في حالات معينة هي حالات تَعَطُّلها أو توقفها، وهذه الصيغة ليست خارجة عن العلم، بل هي داخلية، إذ إن العائق مكون من مكونات المعرفة العلمية ومنبثق من صميمها.

وفي حقل البيداغوجيا، يراد **بالعائق** كل ما يساهم في التعثر، ويحول دون الوصول إلى الهدف لتحقيق الغايات وتوفير أسباب النجاح.

إن **العائق**: -**مقاومة**، وفقدان للتوازن وتصدع.

- صعوبة يصادفها المتعلم خلال مساره التعلمي، وللعائق البيداغوجي مظهران:

- ✓ **مظهر إيجابي:** عندما يتخذ صيغة تحدّ أو عدم توازن بسيط مثير ونافع وضروري، لأنه يساعد المتعلم على تحقيق تعلمه. لذا يتوجب على المدرس أن ينتقي الصعوبات بطريقة تتيح للمتعلم أن يعاملها كتحديات ينبغي تجاوزها، مما يجعله يبذل جهودا إيجابية لإبداع الحلول المناسبة. فالسيكولوجية المعاصرة تعتبر **العائق** البيداغوجي عامل تحفيز يمكن أن يساعد على إحداث تغير دماغي ونفسي لدى الفرد ويؤدي به إلى إحداث طفرات وتخطي الحواجز. وذلك بتجاوز الأوهام والتخوفات.
- ✓ **مظهر سلبي:** عندما يدرك من طرف المتعلم كحاجز، أي كصعوبة يمكنها أن تعطل أو تحد من وتيرته. مما يؤدي إلى اللامبالاة أو الفشل المتكرر أو اضطرابات في التعلم. وينظر ابستمولوجيا إلى **العائق** على أنه حاجز أو وضعية مشكلة تقف أمام الاستفادة من عملية التعلم، مما يتسبب تربويا في التعثر الدراسي.

2- أنواع عوائق التعلم

يمكن أن نميز بين أنواع كثيرة من **العوائق** نقترح منها ما يلي:

أ-العوائق ذات الأصل الانطولوجي.

تسمى كذلك **بالعوائق** العضوية والنمائية أو السيكوعضوية. وتظهر على المستويات العقلية والوجدانية العاطفية والنفسية الحركية. ومن المؤشرات الدالة عليها صعوبة الاستدلال والتعميم والبرهنة والحجاج. وكذلك الفشل في القيام ببعض المهارات العقلية والاستراتيجيات المعرفية. وتعزى هذه **العوائق** إلى اضطراب أو خلل في وظيفة الدماغ أو الجهاز العصبي، أو إلى تأخر في النمو العقلي للطفل. كما يتمظهر هذا النوع من العوائق في تمثلات المتعلم للمعرفة والدرس؛ فقد يتعثر تعلمه

بسبب مواقفه السلبية من المدرسة أو المادة الدراسية أو معاملة المدرس له، كأن يقمعه أو يشهر به أو يرفض مشاركته لكونه يخطئ الإجابة كثيرا، أو لا يستطيع أن يجيد التعبير شفويا أو كتابيا.

ب–العوائق الديداكتيكية.

تنتج هذه **العوائق** عن غموض في الوسائل الديداكتيكية. الشيء الذي يؤدي إلى غموض في المفاهيم وطرائق التدريس والمحتويات و**الوسائل التعليمية** والتقويم. وليس **العائق** هنا نقصا في المعرفة، بل إنه عبارة عن معارف خاطئة أو غير مكتملة، إنه معرفة تتألف من موضوعات وعلاقات وطرائق وتوقعات، وبديهيات ونتائج تم نسيانها وتشعبات غير متوقعة إنه أمام أي إقصاء Brousseau.G.

ج–العوائق ذات المنشأ الديداكتيكي

العوائق ذات الأصل الإبستيمولوجي. حسب" باشلار"هو التمثلات التي تترسخ في ذهن المتعلم على شكل أفكار مسبقة، التي تم اكتسابها من خلال التجارب المباشرة المرتبطة بالمجال الثقافي والاجتماعي والتي تكون حمولة معرفية تضمر وتقاوم اكتساب المعرفة الجديدة.

بكيفية بريئة، بل من خلال مواقفه الخاصة ورأسماله المعرفي السابق. وينبغي، في هذه الحالة، توجيه المتعلم إلى تنمية هذا الرصيد وتقريبه من الحقيقة العلمية وتوجيهه إلى تغيير نظرته إلى الواقع وبناء خطاطة جديدة مغايرة تماما لما اكتسبه من تجاربه الأولى وقناعاته السابقة.

- **عائق التجربة الأولى:** إن التجربة الأولى ضرورية في المنهج العلمي. كما أنها ضرورية في بناء الكفايات واكتسابها، ولكنها تتضمن أحيانا بعض العوائق التي تجعل الفرد أو المتعلم غير قادر على إدراك الحقيقة. مثال ذلك حركة الشمس الظاهرة التي **تعيق** تعلم دوران الأرض. إن المعرفة العلمية تستثمر هذه التجربة الأولى وتعمل على عقلنتها ووضعها في الشكل المناسب. ويربط باشلار بين عائق التجربة الأولى والتحليل النفسي، وخصوصا مفهوم اللاشعور عند فرويد ويونغ، إذ أن المتعلم يتعامل لأول مرة داخل المدرسة مع مفاهيم جديدة، لكن ليس
- **عائق التعميم.** إن التعميم تعبير عن مستوى راق من مستويات النمو الذهني؛ وبالتالي فهو إيجابي وضروري لبناء المعرفة العلمية إذا كان تعميما صادرا من وعي وثقافة علمية. فقولنا بأن الأجسام كلها تسقط في الفراغ بنفس السرعة، تعميم علمي مبني على خطوات محمكمة، أما قولنا بأن الأجسام كلها تسقط، فهو قول تعميمي غير علمي لانه لا يستجيب لضرورة علمية بقدر ما يستجيب لمتعة عقلية (Bachelard G).

- **العائق اللغوي أو اللفظي.** L’obstacle linguistique هو **العائق** المتمثل في اختزال الشروح والتفاسير في لفظة أو جملة أو صورة واحدة. أمثلة: تعمل الكلية كمصفاة، ويعمل القلب كمضخة، وتعمل المعدة كماكينة أو طاحونة.
- **العائق الجوهري أو عائق المادة:** إنه **عائق** متعدد الأشكال والوجوه كباقي العوائق. يتكون من الحدس وبعض الانطباعات المتفرقة والسطحية (Bachelard) مثال: الصوف ساخن، الرخام بارد، الثوب الأبيض شاخن والثوب الأسود بارد.
- **العائق الإحيائي أو الإحيائية L’obstacle animiste ou animisme.** يتمثل بحسب باشلار، في تعميم معارف بيولوجية أو إضفاء الصفة الإحيائية أو صفة الحياة على بعض الكائنات. وقد لاحظ بياجي أن الطفل في المراحل قبل المنطقية يضفي الحياة على الجبل أو المطر أو السيارة. مثال: الصدأ مرض يتعرض له الحديد فيفقد المغناطيس بذلك خاصيته المغناطيسية، وقد يسترجع قواه بإزالة هذا الصدأ) .

الهدف العائق: **صياغة الهدف بناءا على طبيعة العوائق كمرجع أساسي**

من الأهداف العوائق إلى وضعيات التعلـم

نموذج Martinand لأجرأة الهدف العائق:

حتى لا يبقى مفهوم الهدف العائق حبرا على ورق، اقترح Martinand نموذجا لإجرائه في الخطوات التالية:

- تحديد تمثل تكون نسبة تردده مرتفعة لدى المتعلمين.
- تحديد العائق اعتمادا على شبكة من شبكات تحليل التمثلات (مصادر التمثلات) أو قياس الفارق بين التمثل والمعرفة العلمية.
- اختيار أهداف المضمون المراد تعلمها انطلاقا من شبكة مفاهيمية (تحليل المادة) أو اعتماده صنافة من صنافات الأهداف (يمكن البدء بهذه الخطوة).

6- بين التمثل والمفهوم

مكونات المعرفة الرياضية:

- **المفاهيم والمصطلحات.**
- **التعميمات.**
- **الخوارزميات والمهارات.**
- **المسائل.**

المفاهيم والمصطلحات الرياضية:

- المفهوم: هو تصور عقلي ينشأ عن تجريد خاصية أو أكثر من مواقف متعددة، تتوفر في كل منها هذه الخاصية، حيث تُعزل هذه الخاصية مما يحيط بها من المواقف المعينة، وتُعطى اسماً يُعبّر عنه بلفظ أو رمز.
- المفهوم في الرياضيات عبارة عن فكرة مجردة أو صورة ذهنية (عقلية) يكوّنها الفرد حول عدة أشياء أو مواقف رياضية تشترك جميعها في خاصية أو أكثر، بحيث يمكن الاعتماد على هذه الفكرة في تصنيف الأشياء وتحديد ما إذا كانت أمثلة أو ليست أمثلة على هذه الفكرة المجردة.

مثال:

- مفهوم الاثنين أو خاصية الاثنينية ما هي إلا تجريد عقلي للخاصية المشتركة الموجودة في كثير من المواقف ومنها: (الوالدان، الزوجان، العينان، الأذنان، الذراعان، القدمان،)
- حيث إن كلاً من هذه أمثلة تسمى اثنان ويرمز لها بالرمز (2)، ومع تجريد هذه الخاصية فإن مفهوم العدد اثنين (2) ليس له علاقة بالوالدين أو الزوجين أو العينين، ...

يجب عند تعريف المفهوم التمييز بين السمة المميزة، وبين السمة غير المميزة؛ فالسمة المميزة للمفهوم، هي الخصائص التي يجب أن تتوفر في جميع أمثلة المفهوم. أما السمة غير المميزة فهي الخاصية أو الصفة التي يشترك فيها مع مفاهيم أخرى.

فمثلاً: السمات المميزة للمستطيل، والتي يجب أن تتوفر فيه هي:

- متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة.
- رباعي محدب(دائري) زاوياه قائمة.

السمات غير المميزة للمستطيل، منها:

- الضلعان المتقابلان متوازيان.
- الضلعان المتقابلان متقايسان.
- القطران متناصفان.
- رباعي محدب(دائري).

تعريف المفهوم يجب أن يكون من خلال السمة أو السمات المميزة له. فيعرف المستطيل بأنه رباعي محدب جميع زواياه قوائم.

عندما يتم تعريف المفهوم بالسمة غير المميزة فإن التعريف يكون ناقصا، فلو عُرف المستطيل بأنه رباعي محدب فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين، فإن هذا التعريف أو الوصف للشكل، لا يقتضي أن يكون الشكل مستطيلاً.

السمات غير المميزة هي التي لا تتوفر في جميع أمثلة المفهوم، فمثلاً طولا الضلعين والمساحة هي عبارة عن سمات غير مميزة للمستطيل، فليس شرطاً أن يكون لجميع المستطيلات المساحة نفسها، أو أن يكون لها الأطوال نفسها.

المفاهيم المعرّفة والمفاهيم غير المعرفة:

- **المفهوم المعرف:** هو الذي يمكن التعبير عنه بصياغات لفظية شارحة (مفسّرة) بدلالة مفاهيم أخرى أبسط منها أو سبق تعريفها وتوضيحها.

فتعريف المستطيل بأنه: شكل رباعي جميع زواياه قوائم. جميع المصطلحات المستخدمة في التعريف تكون معروفة من قبل، فالمفاهيم الواردة في التعريف: الشكل الرباعي، الزاوية، الزاوية القائمة كلها معروفة وواضحة.

- **المفاهيم غير المعرفة(الأولية):** وهي المفاهيم التي تقبل بدون تعريف، ولكنه يتمّ تحديد بعض خواصها، أي أن المفاهيم غير المعرفة لا يمكن إيجاد عبارة تصف المفهوم وصفاً محدداً. ومن أمثلة المفاهيم غير المعرفة: النقطة، المستقيم، المستوي، المجموعة، ...

تدريس المفاهيم الرياضية:

تشكل عملية اكتساب المفاهيم جزءاً أساسياً ومهماً من عملية التعلم. حيث يقوم المعلمون بتدريس مفاهيم جديدة ومتنوعة لطلبتهم وذلك بشكل مستمر وسنذكر فيما يلي بعضاً من التحركات التي يتبعها المعلمون عند تدريسهم للمفاهيم:

1. تحرك التصنيف: يتم في هذا التحرك، تحديد مجموعة أشمل وأعم تحتوي مجموع إسناد المفهوم. أي أنه يتم تحديد مجموعة أشمل ينتمي إليها المفهوم.

فمثلاً عند تقديم مفهوم المثلث: نصنفه ضمن مجموعة أشمل وهي المضلعات المغلقة.

2. تحرك التحديد: يتم في هذا التحرك، تحديد جميع الخصائص أو السمات المميزة للمفهوم.

فمثلاً عند تقديم مفهوم العدد الأولي: نقدمه على أنه العدد الذي له الطبيعي الذي يختلف عن 1، ولا يقبل القسمة إلا على نفسه والواحد.

3. تحرك التحليل: في هذا التحرك يتم تحديد مجموعة جزئية واحدة أو أكثر من مجموعة اسناد للمفهوم.

فمثلاً عند تقديم مفهوم الشكل الرباعي: يتم تقديمه من خلال ذكر مجموعة المستطيلات أو مجموعة المعينات باعتبارها مجموعات جزئية من مجموعة إسناد الشكل الرباعي.

. تحرك المقارنة: يتم في هذا التحرك، تحديد أوجه الشبه والاختلاف بين المفهوم الحالي ومفهوم آخر سبق تعلمه.

فمثلاً عند تقديم مفهوم المعين: يتم مقارنته بمفهوم المربع، وعند تقديم مفهوم المتباينة يتم مقارنته بمفهوم المساواة.

5. تحرك الرسم: يقوم المعلم في هذا التحرك برسم شكل توضيحي للمفهوم.

فمثلاً يرسم المربع أو المستطيل أو المستقيمين المتوازيين أو الدائرة أو ...

يعد تحرك الرسم من التحركات المهمة في تدريس المفاهيم الهندسية. ويمكن أن يدعم تحرك الرسم التحركات الأخرى التي يستخدمها المعلم.

6. تحرك التعريف: في هذا الإجراء يقوم المعلم بإعطاء المفهوم تفسيراً وشرحاً لغوياً يوضح معناه.

- يعد تحرك التعريف من أكثر التحركات شيوعاً في الاستعمال وسهولة في الاستخدام، وأكثرها دقة في تحديد المفهوم.
- في الوقت نفسه يعد تحرك التعريف من التحركات الصعبة على التلاميذ خاصة في المراحل المبكّرة، مما يجعلهم يلجؤون لحفظ التعريفات دون فهم، وبالتالي لا يستطيعون توظيف هذه المفاهيم واستخدامها.
- على الرغم من أهمية التعريف ودوره في تحديد المفهوم وتوضيحه، إلا أنه ليس ضرورياً في تكوين المفهوم ولا في استخدامه، طالما أن المفهوم موضحاً بطرق إجرائية وأمثلة توضيحية. أي أن عملية إعطاء تعريف للمفهوم يعتمد على المستوى الدراسي للطالب، وعلى المستوى العقلي واللغوي، ومدى تجريد المفهوم نفسه، ولكن يظل إعطاء تعريف للمفهوم مطلباً أساسياً وخاصة في المراحل العليا.

تعريف العدد الزوجي مثلا.

7. تحرك المثال: في هذا النوع من التحركات يقوم المعلم بتقديم مثال أو أكثر على المفهوم، على أن تتوفر في كل مثال جميع خصائص المفهوم.

فمثلاً عند تدريس مفهوم العدد الأولي: يعطي المعلم أمثلة على العدد الأولي مثل: 2، 3، 5، 7، 11، 13، ...

8. تحرك اللا مثال: يقصد باللا مثال الحالة أو النموذج التي لا يتوفر فيها خاصية أو أكثر من خصائص المفهوم. وتحرك اللا مثال (المثال السلبي) يعني تقديم مثال أو أكثر لا ينتمي للمفهوم، أي أنها أمثلة عدم انتماء للمفهوم.

فمثلاً في مفهوم العدد الزوجي (العدد الذي يقبل القسمة على اثنين) تكون الأعداد: 3، 7، 49 لا أمثلة على مفهوم العدد الزوجي.

في مفهوم المضلع يكون شكل الدائرة لا مثال على المضلع.

التمثل:

- التمثل هو استحضار الأشخاص أو الأشياء إلى الذاكرة أو الذهن.
- التمثل أو التصور في أعمال بياجي هو مجموع التصورات الفكرية التي تتكون لدى الذات حول الموضوع من خلال تفاعلهما المستور، فهذه التصورات هي بمثابة تأويلات تستند على

عملية تلاءم مع خصائص الموضوع، وبعدها إلى استيعاب "المعلومات" الصادرة عن الموضوع في إطار البنيات الذهنية التي تشكلت في مرحلة ما من مراحل نمو الفرد/ الذات.

- ومن هنا يبدو أن البعد المعرفي للتمثلات هو البعد الأكثر أهمية من وجهة نظرنا الديداكتيكية، لأنها تشير إلى نوع من النظريات الشخصية التي تمنح للفرد تفسيرا أو تأويلا للظواهر الملموسة أو المجردة.

المدلول الديداكتيكـي للتمثل

- **تعريف Jean Migne(1970):** " يعتبر التمثل نموذجا شخصيا فهو كذلك عملية تنظيم لمعارف ومعلومات تهدف إلى حل مشكل معين(...) إن التباين بين التمثل والمفهوم العلمي لا يتشكل في درجة اختلافهما فقط، بل يكمن في كونهما نمطين مختلفين من المعرفة، فإذا كان الأول يتجسد في شبكة من العلاقات المعبر عنها بواسطة صيغ إجرائية، فإن الثاني يغلب عليه الطابع التصوري"

- **تعريف Astolfi (1983):** التمثلات هي عملية فكرية صعبة بالنسبة للمتعلم، والتي تتوقف خصائصها على تنظيم المعارف في الذهن وعلى العوائق الخاصة بكل حقل معرفي للترميز الذي يكتسبه المتعلم انطلاقا من الوضعية التفاعلية الفردية".

7-نظرية الحقول المفاهيمية

G. Vergnaud مؤلف كتاب "**نظرية الحقول المفاهيمية**" ، وهو عمل بدأه عام 1980. ويصفه بأنه "نظرية معرفية تهدف إلى توفير إطار متماسك وبعض المبادئ الأساسية لدراسة تنمية وتعلم الكفاءات المعقدة، بما في ذلك تلك المتعلقة بالعلوم والتقنيات. "(Vergnaud، 1990).

نظرية الحقول المفاهيمية: هي نظرية معرفية، من أجل "**توفير إطار يسمح بفهم التمفصلات والقطائع بين المعرفة والمعرفة المعبر عنها**" إنه يتعلق بفهم كيف يتم بناء المفاهيم من نشاط في الموضوع ما. يُكتسب المفهوم من خلال الوضعيات والمشكلات التي يحلها.

- **الحقل المفاهيمي**

"فضاء من المشاكل أو وضعيات المشكل –التي ينطوي علاجها على عدة مفاهيم وسيرورات متصلة ببعضها، وكذلك التمثيلات اللغوية والرمزية التي يمكن استخدامها لتمثيلها.

المخطط، الخطة المسار Le schème

"التنظيم الثابت الذي يقود لعائلة من المشاكل". في المخطط، يجب أن نبحث عن المعارف النشطة للموضوع، وهذا يعني العناصر المعرفية التي تسمح بالنشاط في الموضوع تكون عملية.

مثال: لمخطط حل معادلات النموذج $ax + b = c$. طلاب الأولى متوسط مثلا a ، b و c موجبة.

- عند طرح b من طرفي المساواة، لا تتغير المعادلة.
- بقسمة طرفي المساواة على a، لا تتغير المعادلة.

هذا المخطط، الذي يكون فعالًا للغاية (وموثوقًا به) لكن عندما b أكبر من c ، يصبح أقل موثوقية لهؤلاء الطلاب ، على سبيل المثال.

الوضعية والمخططات:

الطفل يتعلم بالتصرف من خلال مختلف الأنشطة التي تواجهه وهو ما يميز المخطط (Schème) "**النظام الثابت لتصرف مع مجموعة من الوضعيات المعطاة**" مثلا: إحصاء عناصر هو مخطط.

نتيجة (المفاهيم والمخططات):

لا يمكن اختزال مفهوم ما في تعريفه. **من خلال الوضعيات والمشاكل التي يحلها، يكتسب الطفل معنى المفهوم.**

المفاهيم.

يمر تعليم وتعلّم الكائنات الرياضياتية بسيرورة مشابهة لنشأة ونمو الكائنات الحية؛ ولكي يتم بذر وتنمية وتطوير مفهوم رياضياتي ما في عقل المتعلّم بشكل بنائي، متماش ونظرية التطور المعرفي لبياجي، وبطريقة تسمح بفهم ومراقبة هذا النمو والتطور، اقترح فيرنيو نظرية "الحقل مفاهيمي". يعتمد هذا النظام على تمييز متعدد الجوانب للمفاهيم فحسب فيرنيو، يقوم المفهوم الرياضياتي على ركائز أساسية تتمثل في **ثلاثية مفاهيمية:**

S : جميع الوضعيات أو المشكلات التي تعطي معنى للمفهوم. (يلمس وظيفته ويدرك أهميته كأداة مثلى لمعالجة تلك الوضعيات). كل عنصر من عناصر S هو تجسيد للمفهوم، أحد ممثليها. **(المرجع)**

I : مجموعة الثوابت (الخصائص) التي يعتمد عليها في عمل المخططات، وهي مجموعة من الخصائص المشتركة لعناصر S والتي تجعلها جميعًا مناسبة في نفس المجال المفاهيمي. (مجموعة التعاريف والمبرهنات والخصائص التي تسمح بتبرير ما يمارس على المفهوم من إجراءات وتقنيات). **(المعنى)**

S’ : جميع الأشكال اللغوية وغير اللغوية التي تمثل رمزيا المفهوم وخصائصه والوضعيات وإجراءات العلاج. عبارة عن مجموعة من المصطلحات والتسميات أو الرموز التي تحدد المفهوم وخصائصه والوضعيات التي يعمل فيها. **(الدلالة)**

خلاصة.

لقد رأينا أن بياجيه يؤكد على عملية التكيف وعدم التوازن وإعادة التوازن وأن فيجوتسكي يؤكد بأن الاجتماعية واللغة والترميز هي العمليات المركزية للتنمية المعرفية. وفقًا لتأثيرات نظريتي بياجيه وفيجوتسكي، يطور جيرار فيرنيو نظرية الحقول المفاهيمية التي يؤكد فيها بأن **المخططات (Les Schèmes) تقع** في قلب التطور المعرفي.

من الطريقة التي يعرف بها فيرنيو مفهوم المخطط، من خلال تقديم عناصر لهذا التعريف، من الممكن إجراء تحليل للتطور المفاهيمي بعد تكيف الأفراد مع الوضعيات الجديدة: في حالة فشل، يقوم الفرد بتعديل المخطط المستخدم أو حتى أنه يغير المخطط.

الطالب الخاطئ غالبًا ما يكون طالبًا لم ينفذ المخطط بشكل سليم. إما أنه يتكيف بشكل سيء مع مخطط، لخصوصية الوضعية المراد معالجتها (مشكلة التفكير والمنطق)، أو أنه يقوم بتعبئة مخطط غير مناسب للوضعية المطلوب معالجتها (مشكل في المفهوم والتصور)، أو قام بتطوير **نظرية نشطة** خاطئة.

المفاهيم لا معنى لها عندما تكون معزولة، لكنها تتعايش في شبكة من المفاهيم الأخرى، والتي تكون الحقل المفاهيمي.

يعتبر Vergnaud مفهوم **المخطط** بمثابة مفهوم أساسي:

وهو يتألف من قواعد النشاط أو الفعل والاستباق والتوقع، ولكن أيضًا من **الثوابت العملياتية**.

هذه هي في الأساس التي ستستثمرها ديداكتيك الرياضيات في بحوثها.

يميز Vergnaud بين ثلاثة أنواع منطقيه من **الثوابت العملياتية**:

- **النظريات النشطة** هي جزء من المخطط، يمكن أن تكون صحيحة أو خاطئة؛ **النظريات النشطة** تشير إلى "خصائص العلاقات التي يتم كتابتها أو استخدامها من قبل الطالب في وضعيات حل المشكلات، وهذا لا يعني أنه قادر على شرحها أو تبريرها"؛

النظرية النشطة هي عبارة عن نمط من الخصائص، فهي قد تكون صحيحة أو خاطئة.

مثال1: $4.70 = 4.7 \times 10$ ("عند ضرب عدد في 10، أضف 0".)

مثال2. إذا ذكرنا الاستلزام p (المثلثان متقايسان) فإن q(المثلثين لهما نفس المساحة).

فإن التلميذ ينتقل مباشرة من $p \Longrightarrow q$ إلى $non\ p \Rightarrow non\ q$ **منطق طبيعي**

- الثوابت من نوع "**الوظيفة التناسبية**": لا غنى عنها لبناء الخواص؛ **المفاهيم النشطة** هي جزء منها؛ هي الخصائص والعلاقات (المفاهيم النشطة –وليس بالضرورة واعية).
- الثوابت من نوع "الحجة"؛ في الرياضيات، يمكن أن تكون الحجج عبارة عن أشياء وأرقام. الأعداد والخصائص والعلاقات، إلخ.

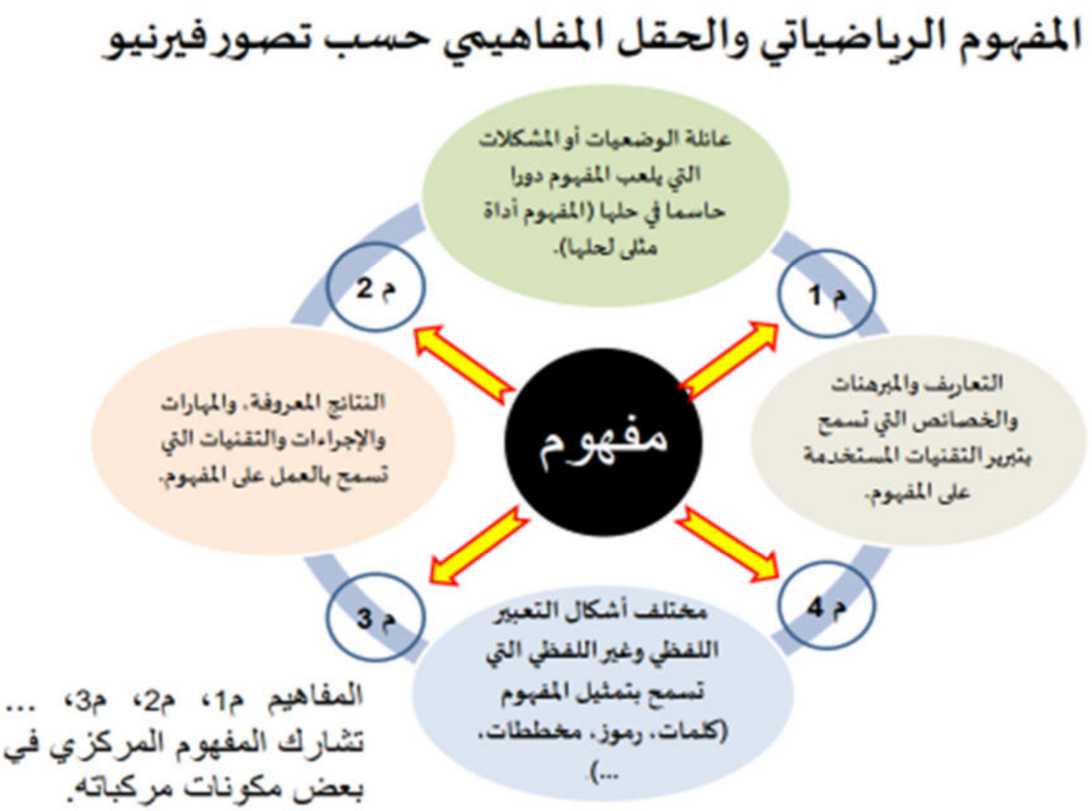
يمكن لوضعية واحدة أن تولد حقلا مفاهيميا. فعلى سبيل المثال، يمكن لوضعية شراء أن تولد مشكلات مرتبطة بكل من المفاهيم الثلاث (الضرب، القسمة، التناسبية):

أ) مشكلات ضربية: ما هو ثمن 13 قلما علما أن سعر القلم الواحد 20 دينارا؟

ب) مشكلات قسمة: ثمن 7 صحون 560 دينارا، ما هو سعر الصحن الواحد؟

ج) مشكلات تناسبية: ما هو ثمن 17 قطعة حلوى علما أن ثمن 4 قطع منها هو 6 دينار؟

قدم فيرنيو مثالين لنظرية الحقول المفاهيمية، حقل البنية الجمعية يخص (الجمع والطرح) وحقل البنية الضربية يخص (الضرب، القسمة، التناسبية).



مفهوم السجلات السيمائية

يشير مصطلح السيمياء (sémiotique) إلى علم موضوعه دراسة العلامات أو الإشارات من حيث جوهرها وطبيعتها (لسانية وغير لسانية) والسعي إلى كشف القوانين المادية والنفسية التي تحكمها

وتتيح إمكانية تمفصلها داخل التركيب أو نظام التمثيل الذي تتشكل فيه، وكذا دراسة علائقها ووظائفها فيما بينها ومع غيرها.

يميّز ديفال (Duval) بين نوعين من التمثيل للمفاهيم العلمية، تمثيل سيميائي (محسوس أو شبه محسوس) وتمثيل ذهني (تصور مجرد) (Duval, 1993). ففي حين يتم إنتاج التصورات (التمثيلات الذهنية) التي تخص الكائنات الفيزيائية بالتعامل المباشر مع هذه الكائنات، يتطلب إنتاج التصورات التي تخص الكائنات الرياضياتية المرور بإنتاج تمثيلات سيميائية لها نظرا لتعذر التعامل المباشر مع هذه الكائنات باعتبار ها كائنات مجردة.

التمثيل السيميائي هو نوع من الإنتاج، يتم بواسطة مجموعة من العلامات ضمن نظام تمثيل سيميائي له قيوده وآليات تشغيله وأهميته الخاصة في تلبية بعض الوظائف المعرفية (عمليات). أطلق ديفال على هذا النظام مصطلح "سِجل تمثيل سيميائي" (Duval, 1993).

يُشترط في أنظمة التمثيل السيميائي، حسب ديفال، أن تسمح بإنجاز ثلاث عمليات معرفية أساسية مترابطة وهي: التشكيل والمعالجة والتحويل.

التشكيل: إنشاء تمثيل للمفهوم في أحد السجلات الممكنة؛

المعالجة: عمليات التعامل مع المفهوم داخل هذا السجّل "تحويل داخلي"؛

التحويل: الانتقال والتعامل مع المفهوم في سجل آخر "تحويل خارجي".

ملاحظات:

- يوفر كل تمثيل سيميائي مدخلا جزئياً إلى المفهوم الذي يمثله حيث يسمح بتنفيذ عمليات ومهمّات محددة عليه (يبرز بعض جوانب المفهوم)؛
- تتميز معظم المفاهيم الرياضياتية بتعدّد جوانبها؛ وبالتالي إنتاج تصور ذهني لها يتطلب استخدام عدة سجلات تمثيل سيميائي؛
- استخدام عدة سجلاّت لتمثيل المفهوم، يساعد المتعلّم على عدم الخلط بين المفهوم وأحد تمثيلاته.

- أهم سجلات التمثيل السيميائي التي تستخدم في الرياضيات المدرسية: **سجل اللغة الطبيعية، السجل العددي، السجل الجبري، السجل البياني، ...**

دور فكرتي الحقل المفاهيمي والسجلات السيميائية في تعليم وتعلّم الرياضيات

- تسمح أفكار الحقل المفاهيمي بما يلي:

– **تبرير التعلّمات** (تمكين المتعلّم من إعطاء معنى لما يتعلمه عبر إدراك أهمية المعرفة الجديدة والحاجة إليها في الحياة عموما وفي الرياضيات خصوصا).

– **تنظيم التعلّمات**

✓ تركيز نشاط المتعلّم في البداية على القيام ببعض الإجراءات والعمليات، اعتمادا على خبرته ومكتسباته السابقة قصد اكتساب بعض التقنيات؛

✓ اكتشاف ما يبرر تلك الإجراءات والتقنيات (خصائص المفهوم)؛

✓ مأسسة ما يتم التوصل إليه من نتائج من خلال تعميمها وتثبيتها بما يناسب (تعريف، خاصية، مهارة، ...) ثم العمل على رسملتها من خلال التدرب على التحكم في استخدامها والنظر في امتداداتها الممكنة.

- كما تسمح أفكار السجلات السيميائية بما يلي:

– التعرف على مختلف جوانب المفاهيم الرياضياتية؛

– تنويع النشاطات على المفاهيم الرياضياتية؛

– توفير بيئة ثرية لإنجاز المهمّات المركبة (التنسيق بين السجلات)؛

– الوعي بكنه الكائنات الرياضياتية (كائنات مجردة).

تطبيق:

سنحاول من خلال هذا التطبيق توضيح كيفية استخدام بعض أفكار الحقل المفاهيمي والسجلات السيميائية في تعليم وتعلّم مفهوم الدالة.

– من ناحية الحقل المفاهيمي: نعتمد على وضعيات بسيطة ذات دلالة، تتضمن مهمّات يطلب من المتعلّم إنجازها.

- من ناحية سجلات التمثيل السيميائي: نركّز على أهمّ السجلات التي نعتقد أنها تغطي مختلف جوانب مفهوم الدالة (اللغوي، العددي، الرمزي والبياني).

تعليم وتعلّم مفهوم الدالة

من أوائل التعاريف لمفهوم الدالة التعريف له ظهر عند برنولي عام 1718 « دالة مقدار»؛ أما التعريف الأقرب لما هو عليه التعريف الحالي يعود إلى أولر 1755.

- يعتبر مفهوم الدالة أحد أهم المفاهيم المهيكلة لبرامج الرياضيات للتعليم الثانوي، حيث يُتّخذ كأداة مركزية لتنمية الكفاءات الرياضياتية لدى المتعلّم خاصة ما تعلق بالنمذجة وحل المشكلات.

- بيّنت دراسات كثيرة أن معظم متعلّمي الثانوي وحتى بعض الجامعيين منهم يجدون صعوبات جمة في تمييز مفهوم الدالة والتنسيق بين سجّلين مختلفين في إنجاز بعض المهمّات المتعلّقة بالدوال:

Duval (1988), Schwarz et Dreyfus (1995), Hitt (1998) , Sajka (2003)، مما يدلّ على وجود اختلالات في تدريس هذا المفهوم.

- تتمثّل المهمّات المرتبطة بالدوال عموما فيما يلي:

- وصف الارتباطات بين كميات ضمن سجل معيّن (جدول قيم، تمثيل بياني، عبارة جبرية، تعبير لفظي، جدول تغيرات).

- يُشرع في تعلّم مفهوم الدالة، حسب المناهج الجزائرية، ابتداء من السنة الرابعة متوسط، وذلك من خلال استغلال وضعيات مألوفة، تتعلق بالتناسبية، في إدخال مفهوم الدالة الخطية ثم الدالة التآلفية مع الاكتفاء بالإدراك الحدسي لمفهوم الدالة كعلاقة بين مقدارين.

يمكن استغلال أفكار كل من نظريتي الحقل المفاهيمي والسجلات السيميائية في استكمال إرساء مفهوم الدالة اعتبارا من السنة الأولى ثانوي، على النحو المقترح في النشاط الموالي.

نشاط مقترح لمقاربة "مفهوم الدالة"

نشكّل بواسطة حبل طوله $10m$ رباعيا قائما (زواياه الأربع قائمة).

1) أحسب مساحة هذا الرباعي عندما يكون أحد بعديه $1m$، $1.5m$، $2m$، $3m$، $3.5m$، $4m$

2) هل يمكن تشكيل رباعي من النمط السابق مساحته $7m^2$؟

3) نرمز لأحد بعدي الرباعي السابق بالحرف x.

– ماهي القيم الممكنة للعدد x^2 ؟

–عبّر عن مساحة هذا الرباعي بدلالة x . (نرمز للمساحة بـ $S(x) = x^2$)

4) تحقق من النتائج المتحصل عليها في السؤال الأول ومثّلها في معلم متعامد ومتجانس، ثم اقترح تمثيلا بيانيا يصف تغيّر مساحة الرباعي السابق تبعا لتغير قيم.

5) أعد مناقشة السؤال الثاني بأسلوبين مختلفين.

– ماهي أكبر مساحة يمكن الحصول عليها؟ وماهي طبيعة الرباعي الناتج حينئذ؟

6) ما الذي يمكن استخلاصه من هذا النشاط؟

8- تطبيق رياضي (الحقل المفاهيمي للمتباينات)

نبدأ بحصر جملة من المخططات والنظريات النشطة التي نستعملها في موجهة المشاكل في هذا الحقل.

- **العلاقة بين المتوسط الهندسي والحسابي.**

حالة $n = 2$

من أجل كل عددين حقيقين a, b موجبين لدينا:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt[2]{ab} \ldots (1)$$

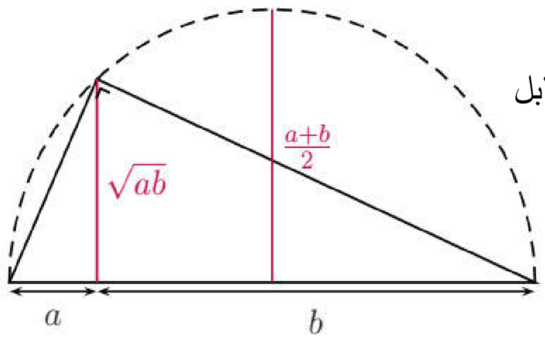
الإثبات:

بملاحظة أن:

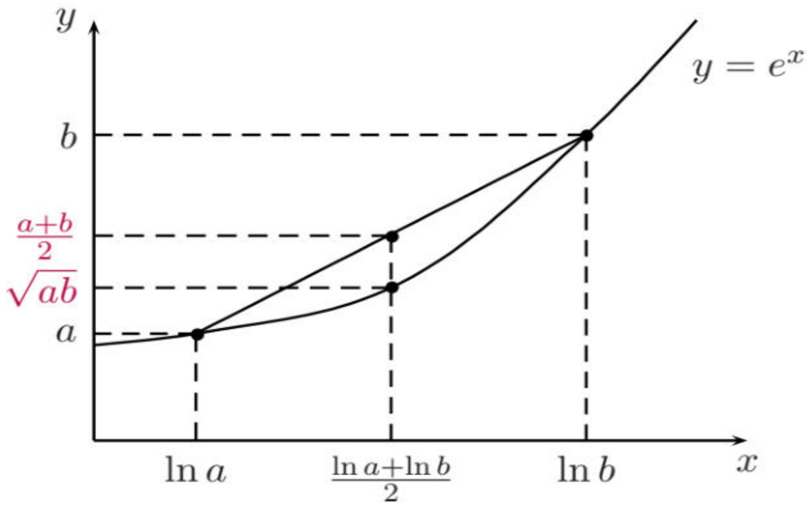
$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$$

ينتج الجواب مباشرة.

وبطريقة هندسية، يمكنك استنتاج ذلك من الشكل المقابل



بطريقة تحليلية (استغلال تحدب الدالةln)



من أجل كل أعداد حقيقية a , b و c موجبة لدينا:

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \dots (2)$$

الإثبات.

لتكن a_1, a_2, a_3, a_4 أعداد حقيقية موجبة، بوضع: $a = \frac{a_1+a_2}{2}$ و $b = \frac{a_3+a_4}{2}$

نطبق العلاقة 1 من أجل a, b فنجد:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a_1+a_2}{2} + \frac{a_3+a_4}{2}}{2} &\geqslant \sqrt{\frac{a_1+a_2}{2} \cdot \frac{a_3+a_4}{2}} \\ &\geqslant \sqrt{\sqrt{a_1 a_2} \cdot \sqrt{a_3 a_4}} \end{aligned}$$

فنستنتج العلاقة المطلوبة.

طريقة ثانية:

لنثبت أن:

$$a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$$

ثم نضع: $\beta = b^3$, $\alpha = a^3$, $\delta = c^3$ فتنتج العلاقة.

في سبيل ذلك سنستخدم **التناظر** الموجود في العبارة ثم نظرية **إعادة التحويل**(مرتين).

التناظر:

نفرض أن:

$$a \geq b \geq c$$

ينتج مباشرة:

$$a^2 \geq b^2 \geq c^2 \text{ و } ab \geq ac \geq bc$$

نظرية **إعادة التحويل:**

لتكن a_1, a_2, a_3 و b_1, b_2, b_3 سلسلتين من الأعداد الموجبة بحيث: $a_1 \geq a_2 \geq a_3$ و $b_1 \geq b_2 \geq b_3$

عندئذ المجموع:

$$\sum_{1}^{3} a_i b_i$$

يأخذ **<u>قيمة أعظمية</u>** في حالة السلسلتين مرتبتين بنفس الترتيب ويأخذ **<u>قيمة صغرى</u>** في حالة الترتيب المعاكس (الواحدة بالنسبة للأخرى).

لنأخذ السلسلتين $a \geq b \geq c$ و $a^2 \geq b^2 \geq c^2$، ونعيد الترتيب فينتج:

$$a^3+b^3+c^3 = a^2.\boldsymbol{a}+b^2.\boldsymbol{b}+c^2.\boldsymbol{c} \geq a^2.\boldsymbol{b}+b^2.\boldsymbol{c}+c^2.\boldsymbol{a}$$
$$= (ab)a+(bc)b+(ca)c$$

لنعيد الترتيب مرة أخرى بعكس الترتيب بالنسبة للثانية $a \leq b \leq c$) المجموع السابق سيكون أصغري في هذه الحالة):

$$a^3+b^3+c^3 \geq (ab)\boldsymbol{a}+(ca)\boldsymbol{c}+(bc)\boldsymbol{b} \geq abc+cab+bca = 3abc$$

- **متابينة تشيبيتشاف L'inégalité de Tchebychev**

$b_1, b_2,\ b_3$ و $a_1, a_2,\ a_3$ سلسلتين من الأعداد الحقيقية بحيث: $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ و $b_1 \leq b_2 \leq b_3$

عندئذ،

$$\sum_1^3 \frac{a_i}{3} . \sum_1^3 \frac{b_i}{3} \leq \sum_1^3 \frac{a_i b_i}{3}$$

وفي حالة $b_1 \geq b_2 \geq b_3$ لدينا،

$$\sum_1^3 \frac{a_i}{3} . \sum_1^3 \frac{b_i}{3} \geq \sum_1^3 \frac{a_i b_i}{3}$$

أثبت ذلك، ثم عمم.

تطبيقات. (يمكن قبل البدء في الإثبات، حشد النظريات النشطة في هذا الحقل)

- a, b و c أطوال أضلاع مثلث. أثبت:

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b} < 2.$$

- x, y عددين حقيقيين موجبين تماما. أثبت أن:

$$\frac{x}{x^4+y^2}+\frac{y}{x^2+y^4} \leqslant \frac{1}{xy}.$$

- a, b و c ثلاث اعداد حقيقية موجبة تماما. أثبت:

$$(a+b+c).\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq 9$$

عمم هذه القاعدة إلى n عدد حقيقي موجب مع الإثبات.

- $b\,,a$ عددن حقيقيين موجبين تماما. أوجد القيمة العظمى للمقدار:

$$\frac{a^6}{b^6}+\frac{a^4}{b^4}+\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^6}{a^6}+\frac{b^4}{a^4}+\frac{b^2}{a^2}.$$

- $b\,,a$ و c ثلاث اعداد حقيقية موجبة تماما. أثبت:

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\geqslant\frac{3}{2}.$$

- $x_1, x_2,\ x_3, \dots\ x_n$ أعداد حقيقية موجبة تماما. أثبت:

$$\left(\frac{x_1+\ x_2+x_3+\cdots+\ x_n}{n}\right)^n\geq\ x_1.x_2.\ x_3\ \dots\ x_n$$

كيف توظف هذه العلاقة في إعادة إثبات التمرين 3.

9- الاستدلال الرياضي.

كان البرهان في الوهلة الأولى مربوطا بالنطاق الاجتماعي، فعند اليونان ومنذ القرن 6ق.م محصورا في تقديم الحجة من أجل إقناع الأخرين وبالتاي اعتراف المُحاور بعدد معين من النقاط ضروري من أجل الإقناع. فمدرسة أفلاطون تدعو إلى ضرورة التمييز بين العلم والرأي، العلم هو المعرفة الصحيحة والمؤكدة.

خاصية أو نتيجة تُعرف حقيقة علمية عندما نعرف لماذا هي كذلك وكذلك لماذا لا تكون بخلاف ذلك.

أرسطو: المعرفة هي أن تعلم عن طريق الحجة كيف ستقنع الآخرين.

كتاب الأركان(ألأصول) لأُقليدس (حوالي 3. ق.م) يتكون من بديهيات ومسلمات وتعاريف متبوعة بعد ذلك بسلسلة من المبرهنات والنظريات. قراءة البراهين التي تناولها أقليدس تشير إلى أن الهم الأكبر لأقليدس هو الإقناع. البرهان بالخلف متكرر بكثرة عند أقليدس، كذلك التركيب دون أي مؤشرات عن كيفية إنتاج هذه البراهين وهي تقريبا نفس المنهجية التي تناوله أرخميدس (حوالي 2 ق.م).

تطور طرق البرهنة كان الشغل الشاغل لجل الرياضيين، ساهم العالم غاليلي في القرن 17م في تطوير طرق الاستنتاج والبرهنة " يوضح أن الجسم الذي يخضع لتسارع ثابت يقطع مسافة تتناسب مع مربع الوقت. باستخدام التفكير الهندسي، استخدم حساب المساحات بتقسيمها إلى أسطح صغيرة جدا. نفس الشيء مع ديكارت: طرق أيجاد المماسات، الإسقاط، المعالم (الهندسة التحليلية) هي طرق لحل العديد من المشاكل باستدلالات جديدة وإنتاج نتائج جديدة.

البرهان:

- سلسلة من الخطوات المترابطة قصد تثبيت صحة نتيجة ما. (مستقل عن التجربة والملاحظة) باستثناء تلك المؤدية إلى وضع تخمينات (Des conjectures) التي يتم برهنتها.

- هو تتابع لسلسلة استنتاجيه، والتي تبدأ من معطيان وتصل إلى خلاصة.
- تتابع عبارات مترابطة موجهة نحو إثبات صحة نتيجة معينة بواسطة مجموعة مقبولة من البديهيات والتعاريف والعبارات السابق برهنها.

نبرهن: نقدم التبريرات. هل هذا صحيح؟ ثم لماذا صحيح؟

Est–ce que c’est vrai, pourquoi est–ce vrai

البرهان: لا وقتي، لاذاتي.

ملاحظات: لا تتم كتابة برهان بالمعنى المعطى إلا إذا ترجمت الحجج والتفاسير داخل الإطار النظري وبنيت على الشكل الاستنتاجي.

إذا كنا نبحث في مشكل (ليس تمرين، الذي حله يكون ممارسة تطبيق قانون مباشرة) فاكتشاف الحجج يتم عن عدة طرق أبرزها:

توظيف الاستقراء بفحص أمثلة خاصة، إذا قصد البحث عن القانون الذي يتصرف في المشكل.

تغيير إطار المشكل (من إطار هندسي إلى إطار جبري أو تحليلي) لتوظيف أدوات الإطار الجديد (المشكل يصبح حل معادلة مثلا إذا ترجم جبريا).

الاستدلال الاستنتاجي:

نعطي من خلال تسلسل منطقي نتيجة ضرورية انطلاقا من فرضيات معينة.

مثال أساسي: A يتستلزم B

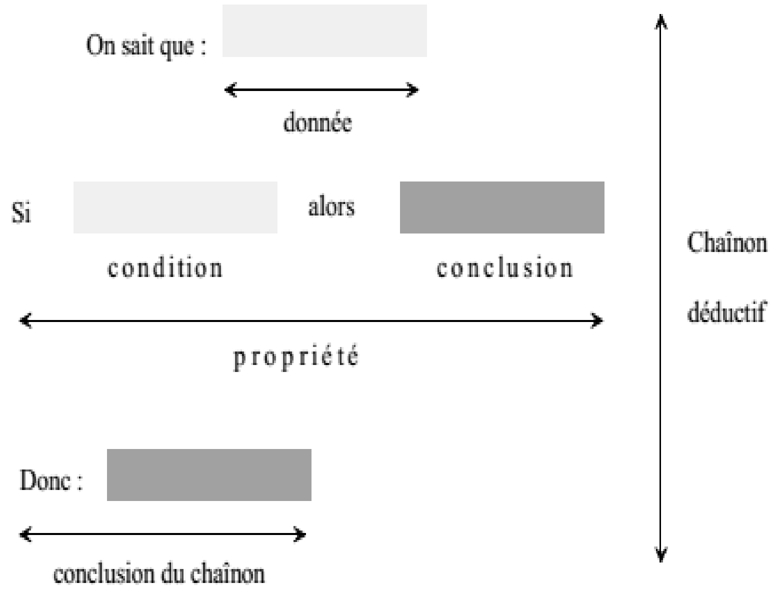
من A إذا B

الاستنتاج: يستخدم خاصية عامة في هذا البناء.

الاستقراء: يحاول العثور على خاصية عامة (انطلاقا من الجزئيات) للوصول للخلاصة.

السلسة الاستنتاجية

إنها سلسلة من الجمل التي يمكن أن تكون كما في النموذج



التخمين.

نتيجة مفروضة على أنها صحيحة، ولكن لم يتم إثباتها بعد. تسمى التخمين.

ملاحظة.

- كتابة البرهان تقتضي ترجمة الحجج والتفسيرات إلى الإطار النظري، وبناءها على الشكل الاستنتاجي.
- البحث عن البرهان في مشكلة ما (ليس تمرين مباشرة)، اكتشاف الحجج، يمر بعدة طرق، أهمها:

❑ استخدام الاستقراء (فحص الحالات الخاصة، من أجل إيجاد قانون عام).

❑ تغيير إطار المشكلة.

(إطار هندسي نحو الإطار الجبري أو التحليلي مثلا).

لاستخدام أدوات الإطار الجديد (تصبح المشكلة حل المعادلة، على سبيل المثال، إذا تمت ترجمتها جبريًا).

بعض المفاهيم المفتاحية.

– أبرهن من أجل الإقناع. اقتراح حجة لا يمكن للمتكلم أن يشكك فيها.

هل هذا صحيح؟

– أبرهن من أجل لفهم. ربط الأدلة بالخواص.

لماذا هذا صحيح؟

- **الشرح:**

خطاب يهدف إلى جعل حقيقة ما مفهومة لدى للآخرين

- **الحجة:**

شرح مقنع من قبل مجموعة اجتماعية في وقت ما

- **البرهان:**

حجة خاصة له المميزات التالية:

– السمة الاجتماعية: الحجة الوحيدة المقبولة من قبل هيئة علماء الرياضيات.

– الصفة الشكلية:

– السمة النظاريتية: يستعمل النظريات

سؤال: في كل من التمارين التالية، بين ما فائدة من كل تمرين؟

1– بعض أنواع الاستدلال في الرياضيات

1- الاستدلال بمثال مضاد.

إذا أردنا أن نثبت أن قضية من النوع « $\forall \in E, P(x)$» صحيحة ، إذا من أجل كل x من E يجب أن نبين أن $P(x)$ صحيحة.

من ناحية أخرى، لإثبات أن هذه القضية خاطئة، يكفي أن نجد $x \in E$ بحيث $P(x)$ خاطئة.

إيجاد مثل هذا x هو إيجاد مثال مضاد للقضية «$\forall \in E,\ P(x)$».

يستخدم الاستدلال بواسطة مثال مضاد النظرية التالية:

[يوجد x بحيث $\overline{p(x)}$] <=> لا [من أجل كل x ، $P(x)$]

أمثلة. اختبر صحة القضايا

– إذا كان (u_n) و (v_n) متتاليتان ليس لهما نهاية ، فإن المتتالية $(v_n.u_n)$ ليس لها نهاية

– هل التخمين التالي صحيح؟ $\ll \forall n \in \mathbb{N}: n^2+n+41$ est premier $\gg$.

– (f قابلة للإشتقاق عند العدد α بحيث $f'(\alpha) = 0$)$\Leftrightarrow$(f تقبل قيمة حدية عند α)

– (كل عدد طبيعي هو مجموع لثلاثة مُربعات).

2- الاستدلال بالخُلف.

الاستدلال بالخلف يقتضي الانطلاق من عكس ما نريد أن نثبته باعتباره صحيح، ثم عن طريق الاستنتاجات المنطقية (باستخدام الفرضية) لتؤدي إلى تناقض.

مبدأ الاستدلال بالخلف لإثبات أن القضية P صحيحة. نفترض أن القضية (لا P) صحيح (أي أن القضية P خاطئة)، ثم نثبت أن هذه الفرضية تؤدي إلى تناقض.

أمثلة.

– إثبات أن الصفر ليس له مقلوب.

– إثبات أن $\sqrt{2}$ ليس عدد ناطق.

– أثبت أن مجموعة الأعداد الأولية ليست منتهية.

3- الاستدلال المباشر

نريد أن نثبت أن القضية "$P \Rightarrow Q$" صحيحة. نفترض أن P صحيح و نثبت أن Q صحيحة.

إنها الطريقة الأكثر استخدامًا.

ملاحظة: إذا كانت P خاطئة، فإن القضية "$P \Rightarrow Q$ " صحيحية، بغض النظر عن قيمة الحقيقية لـ Q.

أمثلة.

– بيّن أن $\forall n \in Z,\ 16n^2 - 48 + 33 \in N$.

– بيّن أن: $\forall x \in \mathbb{Q}^+, \exists n \in \mathbb{N}^*\ n > x$

–ليكن $P(n) = n^2 + 7n + 12$ عندئذ لا يوجد أي عدد طبيعي بحيث:

$$\sqrt{P(n)} \in \mathbb{N}$$

4- الاستدلال بـ: فصل الحالات (أو حالة بحالة)

لتكن الخاصية $P(x)$ المعرفة على المجموعة E، وليكن A جزء من E لإثبات صحة القضية:

$$«\forall x \in E,\ P(x)».$$

نثبت صحة هذه القضية من أجل كل x من A. ثم نثبت صحتها بالنسبة لجميع العناصر x التي لا تنتمي إلى A.لاحظ أن: $E = A \cup \bar{A}$

أمثلة.

n عدد طبيعي. أثبت أن العدد الطبيعي $n(n^2-1)$ مضاعف للعدد 3.

- أثبت أن:

$$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2:\ max(x,y) = \frac{1}{2}(x+y+|x-y|)$$

- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة:

$$\sqrt{x-1} \geq x-4$$

5-الاستدلال عن طريق العكس النقيض.

يسمح الاستدلال بالعكس النقيض بإثبات أن الاستلزام $(P \Rightarrow Q)$ صحيح. يعتمد هذا الاستدلال على التكافؤ التالي:

القضية $(P \Rightarrow Q)$ تكافئ $(\neg Q \Rightarrow \neg P)$

لذا إذا أردنا إثبات القضية "$P \Rightarrow Q$"، فنحن في الواقع نبين أنه إذا كانت $\neg Q$ صحيحة فإن $\neg P$ صحيحة.

ملاحظة: في بعض الأحيان يكون من العملي إثبات: $\neg Q \Rightarrow \neg P$) أجدى من $P \Rightarrow Q$

أمثلة

- n عدد طبيعي. أثبت أن: (فردي n $\Rightarrow$ فردي n^2)
- أثبت أنه أذا كان $2^n - 1$: أولي فإن n أولي.

6-الاستدلال بالتراجع (الاستقراء الرياضي).

1. الاستدلال بالتراجع البسيط.

لتكن الخاصية $P(n)$ المتعلقة بالعدد الطبيعي n. لإثبات صحة القضية:

$$n \geq n_0, \qquad P(n)$$

الاستدلال بالتراجع يسمح لنا بإثبات أن هذه القضية صحيحة. يجري هذا الإثبات على مرحلتين يليها استنتاج:

1. الإنطلاق:

<< الانطلاق يكون من n_0، نتحقق من أن $P(n_0)$ صحيحة>>

1. التدريج:

<< نثبت أنه من أجل: $k > n_0$، فإن الاستلزام $(p(k) \Rightarrow p(k+1))$ صحيح).

2. الخلاصة:

من النقطتين السابقتين، نستنتج أن القضية المعطاة صحيحة.

مثال 1.

- أثبت أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: \sin^{(n)}(x) = \sin(x + n\frac{\pi}{2})$$

- أثبت أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}: (1+x)^n \geq 1 + nx$$

x عدد حقيقي موجب معطى.

2. التراجع (القوي) المتعدد:

ليكن q عددًا صحيحًا غير معدوم و(n) خاصية معرفة من كل عدد طبيعي $n \geq n_0$.

- إذا كانت القضايا $P(n_0)$، $P(n_0+1)$، $P(n_0+2)$ ، ...، $P(n_0+q-1)$ صحيحة.

و

الاستلزام الآتي صحيح:

$$\left(p(n) \text{ و } p(n+1) \text{ و... و } p(n+q-1) \Rightarrow p(n+q)\right)$$

تكون عندئذ القضية:

$$\forall n \geq n_0,\ P(n) \text{ صحيحة}$$

مثال.

1− لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 2, u_1 = 3$ و العلاقة التراجعية التالية:

$$\forall n \in \mathbb{N} \qquad u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$$

− أثبت أن الحد العام لهذه المتتالية يكتب بالشكل:

$$\forall n \in \mathbb{N} \qquad u_n = 2^n + 1$$

تطبيقات حول البرهان الرياضي

1− استنتج تلميذ النتيجة التالية:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \cdots$$
$$B = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \cdots$$

لدينا:

$$2A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots$$

مما يعني أن

$$2A = A + B$$

ومنه النتيجة $A = B$

حلل الخطوات المنطقية التي اتبعها التلميذ.

2− أثبت أحد التلاميذ لزملائه باستعمال التراجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall a \in \mathbb{R}^*, a^{n-1} = 1 \qquad (*)$$

1. من أجل $n = 1$ العلاقة $(*)$ محققة

2. نفرض أن $(*)$ محققة من أجل كل عدد طبيعي $k \leq n - 1$ ونثبت صحتها من أجل $k + 1$

لدينا : $a^{k-1} = 1$ من أجل $k \leq n - 1$. ولكن من جهة أخرى لدينا:

$$a^k = \frac{a^{k-1} \times a^{k-1}}{a^{k-2}} = \frac{1 \times 1}{1} = 1$$

من 1 و2 نستنتج أن العلاقة $(*)$ صحيحة.

3− من أجل كل عدد طبيعي n و $x \geq 0$ ، أثبت أن:

$$e^x \geq \sum_{i=1}^{i=n} \frac{x^i}{i!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

4– من أجل كل عدد طبيعي $n > 1$، نفرض أن:

$$H_n = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{k}$$

أثبت أن العدد H_n لا يمكن أن يكون عددا طبيعيا.

[إرشاد: أثبت بالتراجع القوي أن H_n هو حاصل قسمة عدد فردي على عدد زوجي، مميزا الحالة أين يكون n زوجي والحالة التي يكون n فردي]

5– أثبت أن $sin10^0$ هو عدد أصم.

6– لكي يختار حاكم وزيرا من بين ثلاثة مترشحين A ،B ، C أخضعهم للاختبار التالي:

وضع على رأس كل مترشح كرة ملونة حيث لايمكن أن يراها، لكن يرى الكرتين الواقعتين على رأس كلا من زميليه. كما أن المترشحين يعلمون أن الكرات الثلاثة مأخوذة من بين 5 كرات ثلاثة منها سوداء والباقي بيضاء. أول المترشحين الذي يكتشف لون الكرة التي على رأسه يعين وزيرا وإن أخطأ يقتل.

شاهد المترشح A كرة سوداء على رأس كلاً من زميله، فقال وهو واثقٌ من نفسه وخاصة عندما لم يتكلم أحدٌ منهما<< **على رأسي كرة سوداء** >> اشرح استدلال هذا المترشح.

7– نضع من أجل كل عدد طبيعي n أكبر من أويساوي 1 الخاصية P_n التالية:

<<إذا كانت المقلمة تحتوي على أقلام n ، فإن الأقلام n كلها من نفس اللون>>.

لنبرهن بالتراجع أن: صحيحة $\forall n \geq 1, P_n$

بالنسبة إلى $n = 1$ ، يكون P_1 صحيحًا نظرًا لوجود قلم واحد فقط.

نفترض أن P_n صحيحة ، ونبرهن أن P_{n+1} صحيحة أيضًا.

لنأخذ مقلمة بها $(n + 1)$ قلم رصاص، ننزع واحد منها، لذلك تبقى n والتي لها نفس اللون من خلال فرضية التراجع.

نزيل قلم آخر من المقلمة، ثم نعيد الأول مرة أخرى: هناك مرة أخرى n قلم: وبالتالي فهي من نفس اللون.

لذا فإن أول قلم تمت إزالته له نفس لون القلم الآخر.

إذن P_{n+1} صحيحة.

وأخيرا فإن: $\forall n \geq 1, P_n$ صحيحة

حلل هذا الاستدلال.

10- الانشاءات الهندسية

مقدمة.

بين القرنين الرابع والخامس قبل الميلاد، أنشأ الفيلسوف أفلاطون، أكاديميته المشهورة، مدرسة للفلسفة والعلوم من خلال الديالكتيك (فنَّ الحوار والجدل) والاستدلال الاستنتاجي، وكان أفلاطون يعتبر أن الوصول للحق والفضيلة له شروط أربعة:

- الإلمام بالهندسة.
- الإلمام بعلم النجوم
- الانسجام الداخلي (ويُحصل عليه عن طريق الموسيقى).

تحقيقا لهذه الغاية، في الهندسة، تُرفضْ أدوات القياس باستثناء **المسطرة (غير المُدرجة) والمدور**. كان أفلاطون يعتبر بأن الدائرة التي نرسمها لا تمثل سوى انعكاس باهت للحقيقة الموجودة في فكر العالم الرياضي. لماذا المسطرة والمدور؟ ربما لأنهما، الأدق تقريبيا (الأدوات الأكثر دقة). وقد يكون أيضًا تفضيل أفلاطون لهاتين الأداتين كان مدفوعًا بأسباب أخرى كثيرة، بعضها فلسفي.
لكن تاريخ الإنشاءات الهندسية يعود إلى أبعد من أفلاطون. استقرت مدرسة فيثاغورث، على وجه الخصوص، في جنوب إيطاليا (الحالية) في القرن السادس قبل الميلاد. وألف العديد من الإنشاءات الهندسية، والتي كانت واحدة من الوسائل المفضلة لدراسة الأرقام في وقت لم يتم فيه اختراع الشكلية الجبرية الحالية. وبالتالي، ربما كانوا الأوائل ممن أثبتوا أن $\sqrt{2}$ غير ناطق، بطريقة هندسية.

بعد قرن من الزمان، وضع أقليدس أسس الهندسة في كتابه **الأصول** (13 مقالاً). طور على وجه الخصوص مشاكل الإنشاءات الهندسية.

عموما:

- الرياضيون القدماء يعتبرون أن الإنشاء الهندسي السليم هو ذلك الذي يتم بواسطة المسطرة والمدور أو بهما معًا.
- إن كل الإنشاءات الهندسية المدروسة في كتاب أقليدس، منذ بداية القرن 3 قبل الميلاد، تنجز بواسطة المسطرة غير المُدرجة والمدور.

كان الاعتقاد السائد لدى الإغريق أن كل المسائل الهندسية يمكن حلها بواسطة المسطرة والمدور. غير أنه ظهرت حوالي القرن 5 قبل الميلاد، مسائل في الهندسة استعصى حلها بواسطتهما، فنالت شهرة واسعة (تربيع الدائرة، تضعيف مكعب، تثليث زاوية)[1].

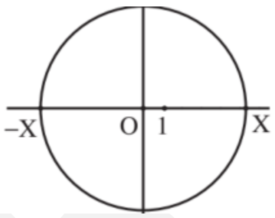
1 .1 الأعداد القابلة للإنشاء

تعطى الوحدة 1. ما هي الأعداد القابلة للإنشاء؟

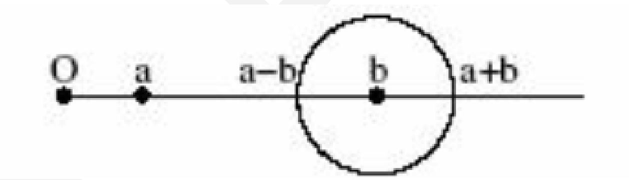
تعريف: يقال أن العدد x قابل للإنشاء، عند اختيار وحدة، يمكننا إنشاء بمساعدة المسطرة والمدور وحدهما، قطعة مستقيم طولها x.

تعريف مكافئ: ليكن $(O،\vec{i})$ مستقيم مُدرج. العدد x قابل للإنشاء، إذا استطعنا بمساعدة المسطرة والمدور، أن نضع النقطة التي فاصلتها x على هذا المعلم.

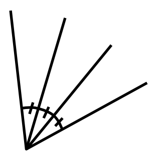
- نظير العدد x(القابل للإنشاء)، قابل للإنشاء.

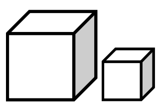


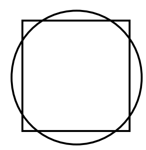
- يمكن التحقق بسهولة من أنه إذا كان a و b عددين قابلين لإنشاء، فسيكون مجموعهما(فرقهما) كذلك.



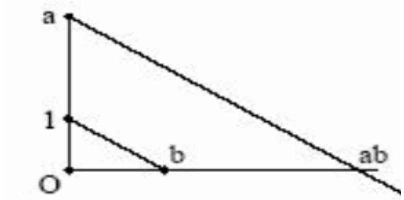
[1] – من المسائل العويصة التي حيرت رياضي اليونان... والعرب والتي لم تجد حلا لها إلا بعد القرن 18 الميلادي على إثر التطور الذي شهده الجبر بعد أعمال Wantzel, Gauss, Galois، حيث بُرهن على استحالت حل المسألتين الأولى والثانية والمسألة الثالثة تقبل حلولا، في حالات خاصة. **تربيع الدائرة:** إنشاء مربع مساحته تساوي مساحة دائرة معلومة. **تضعيف مكعب:** إنشاء مكعب حجمه ضعف حجم مكعب معلوم. **تثليث زاوية:** بواسطة المدور ومسطرة غير مدرجة تقسيم زاوية معلومة إلى ثلاث أقسام متقايسة.



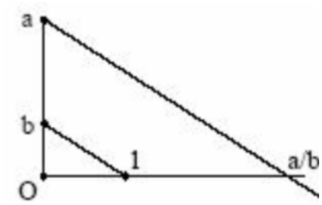




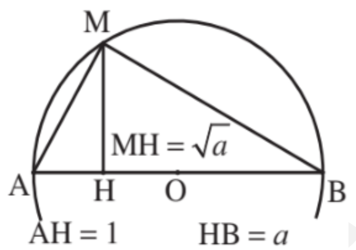
- حاصل ضرب عددين قابلين للإنشاء هو عدد قابل للإنشاء (استخدام نظرية طاليس)

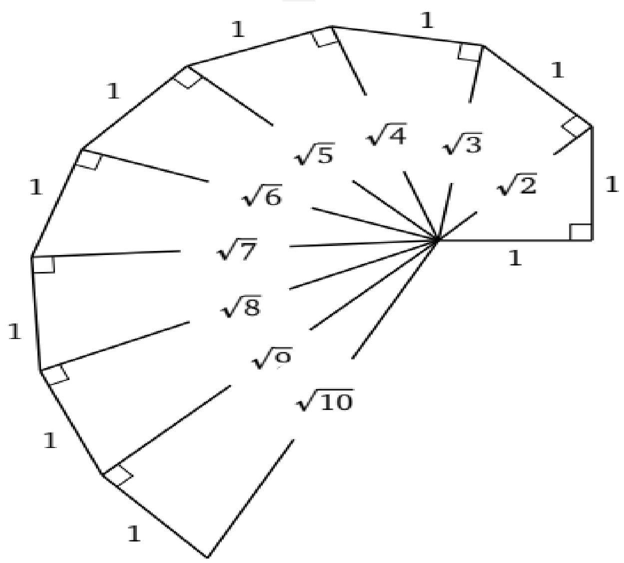


- حاصل قسمة عددين قابلين للإنشاء هو عدد قابل للإنشاء$(b \neq 0)$ (استخدام نظرية طاليس)



- إذا كان $a \geq 0$ عددا قابلاً للإنشاء، فإن $\sqrt{a}$ قابل للإنشاء.





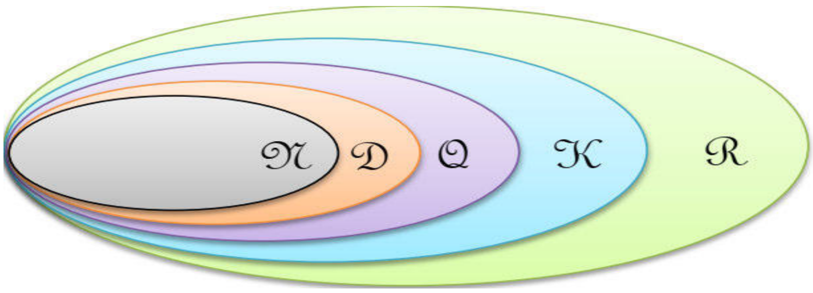
نظرية1.

– مجموعة الأعداد الطبيعية قابلة للإنشاء.

– مجموعة الأعداد الكسرية قابلة للإنشاء.

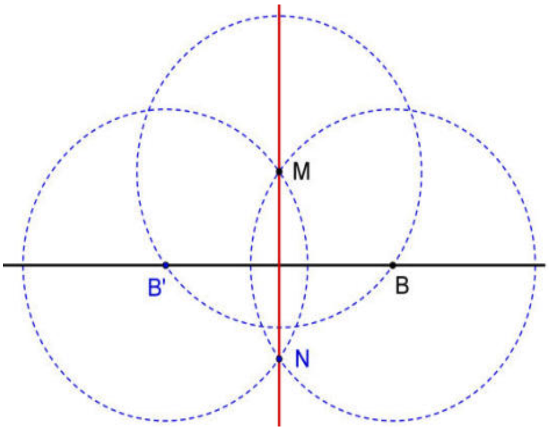
نظرية2.

مجموعة الأعداد القابلة للإنشاء $\mathcal{K}$ هي حقل جزئي من حقل الأعداد الحقيقية، مستقر بالنسبة للجذر التربيعي$(a \geq 0)$.



2-إنشاء اشكال هندسية.

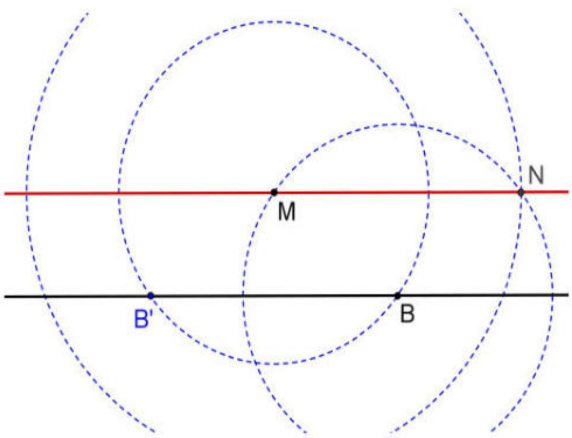
– أنشئ المستقيم العمودي لمستقيم معلوم(AB) ويشمل النقطة M.



1. ننشئ الدائرة التي مركزها M والتي تمر بالنقطة B. (على سبيل المثال)
2. تتقاطع هذه الدائرة مع (AB) في 'B.
3. ننشئ الدائرتين المتمركزتين في B و'B وتشملان M.
4. تتقاطع هاتين الدائرتين في N. المستقيم المطلوب هو (MN).

– أنشئ المستقيم الموازي لمستقيم معلوم(AB) ويشمل النقطة M.

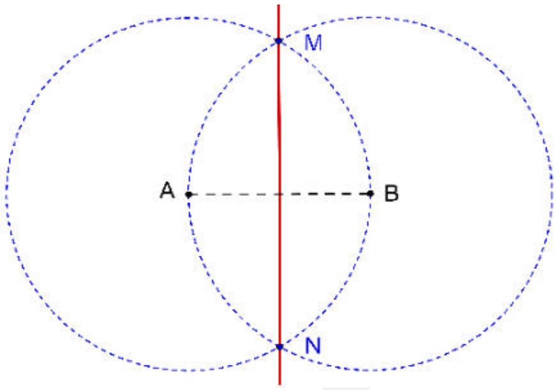
ط1: باستخدام الإنشاء السابق مرتين، لأن العمودي على(MN) في M موازٍ لـ (AB).



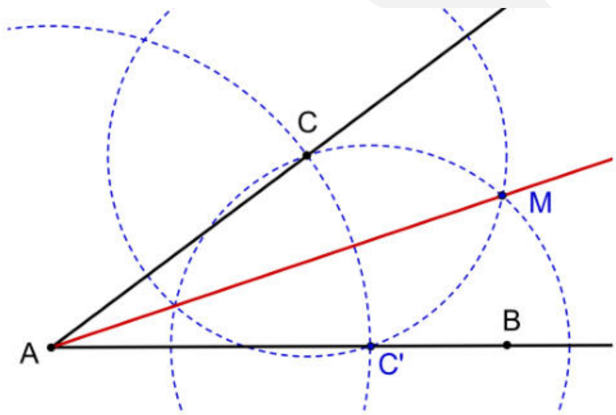
ط2: 1. ننشئ الدائرة التي مركزها M والتي تمر بـ (على سبيل المثال)
2. تتقاطع هذه الدائرة مع (AB) في 'B.
3. ننشئ الدائرة (C_1) ذات المركز M ونصف القا
4. ننشئ الدائرة (C_2) ذات المركز B نصف القطا

5. في نصف المستوي المحدود بـ (AB) الذي يشمل M، تتقاطع الدائرتين (C_1) و (C_2) في N. الموازي المطلوب هو (MN).

– أنشئ محور القطعة [AB].

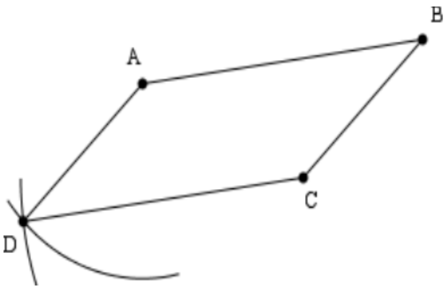


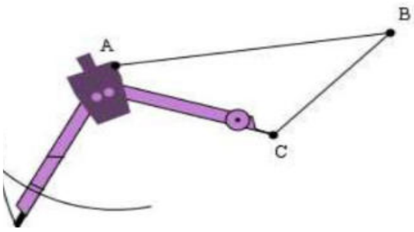
– أنشئ منصف زاوية معلومة.



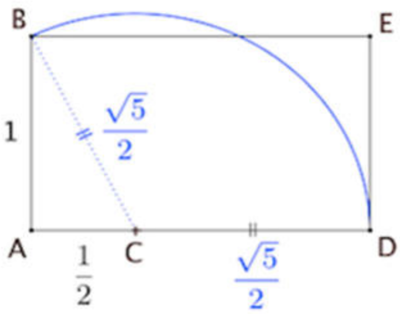
– أنشئ متوازي أضلاع.

بدءًا من ثلاث نقاط A، B، C ليست على إستقامة واحدة، فإن الرأس الرابع D للمتوازي الأضلاع ABCD هو نقطة تنشئ من { A، B، C} بواسطة المدور. يمكننا بسهولة إنشاء متوازيات الأضلاع باستخدام فتحتي مدور فقط. لنعطي ثلاث نقاط A، B، C. نقيس المسافة AB، ونرسم دائرة متمركزة في C ونصف قطرها AB. ثم نقيس المسافة BC ونرسم الدائرة C' المتمركزة في A ونصف القطر BC. تتقاطع هاتين الدائرتين عند نقطتين، إحداها D، فيكون ABCD متوازي الأضلاع.





تطبيقات:



- أنشئ قطعة مستقيم طولها العدد الذهبي[2]: $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

لإنشاء العدد الذهبي، نبدأ بإنشاء المثلث ABC القائم في A . بحيث طول ضلعيه القائمين هما: 1 و $\frac{1}{2}$. ثم ننقل طول الوتر إلى النصف الأيمن (AC) (انظر الشكل المقابل).

من السهل ملاحظة أن الطول AD للمستطيل ABED يساوي العدد الذهبي.

- تعطى دائرة C مركزها O ونقطة A خارجها. أنشئ المماس للدائرة C الذي يشمل A .

تحليل المسألة[3]:

لنفترض أن للمسألة حل ثم نحلل الشكل الذي تم الحصول عليه:

---

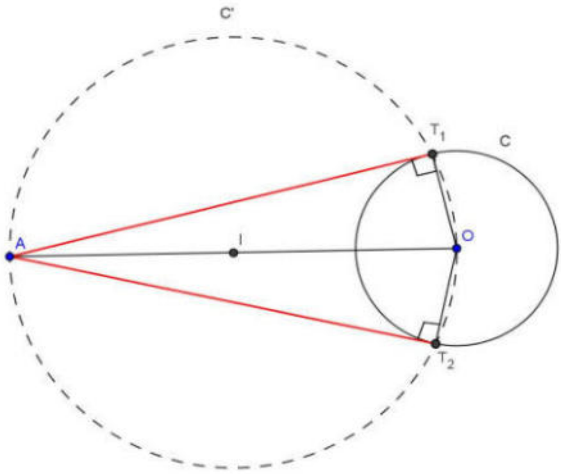
[2] – العدد الذهبي هو الحل الموجب للمعادلة: $x^2 = x + 1$. يتم تقسيم القطعة $[AB]$ وفقًا للقسم الذهبي أو النسبة الذهبية(العجيبة) إذا كانت:

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{x-a}$$

$$\frac{AB}{\mathrm{AM}} = \frac{\mathrm{MB}}{\mathrm{AM}}$$

[3] – وهو نمط من أنماط الاستدلال "التحليل والتركيب" مرتبط كثيرا بالإنشاءات الهندسية.

مرحلة التحليل: نفرض أن للمسالة حل. ونرسم شكلا موافقا. ثم نحاول تجميع العناصر الأساسية التي لها دور الأداة، ثم نُستنتج الخصائص والشروط الضرورية للحل، مع مناقشة عدد الحلول.



المثلثان AOT_1 و AOT_2 قائمين في T_1 و T_2. وفقا لنظرية الزاوية القائمة (المثلث المرسوم في نصف دائرة قائم، والعكس)، تنتمي النقطتان T_1 و T_2 إلى الدائرة C' التي قطرها $[OA]$، بالإضافة إلى ذلك، تتواجد T_1 و T_2 على الدائرة C.

التركيب:

ننشئ النقطة I منتصف $[OA]$ برسم محور القطعة $[OA]$

نرسم الدائرة C' التي مركزها I وتشمل A فتقطع C في نقطتين T_1 و T_2. فسيكون حتما المثلثين AOT_1 و AOT_2 قائمين في T_1 و T_2. نستخلص من ذلك أن:

(AT_1) و (AT_2) مماسين للدائرة المطلوبة يشملان النقطة A.

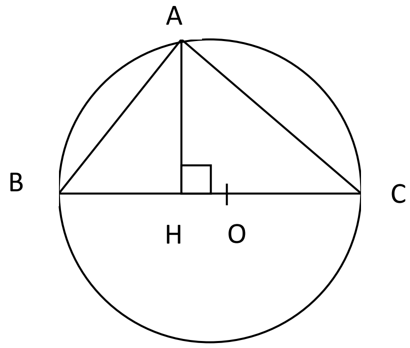
- α, β طولين مفروضين، أنشئ قطعة مستقيم طولها الوسط المتناسب لـ: β و α.

$\frac{x}{\beta} = \frac{\alpha}{x} \Rightarrow x^2 = \alpha\beta$، نضع: $AH = x$ لدينا: $AH^2 = HB \times HC$ بوضع:

$$HB = \alpha . HC = \beta$$

نجعل H بين B و C، ونرسم الدائرة التي قطرها $[BC]$، ننشئ العمودي من H يقطع الدائرة في A .

مرحلة التركيب: نعتبر الكائن المُعرف في جزء التحليل سابقا، ونتحقق من أنه يحقق الخصائص المطلوبة (وهذا يضمن الوجود). ثم نتحقق مما إذا كانت الخصائص المكتشفةً سابقا كافية ليكون الشكل حلا للمسألة.



- أنشئ قطعتي مستقيم علم مجموع طوليهما وجُدّاءهما. بعد مناقشة الحالة العامة، نأخذ: $S = 8, P = 9$

جبريا المسألة تؤول إلى حل المعادلة:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

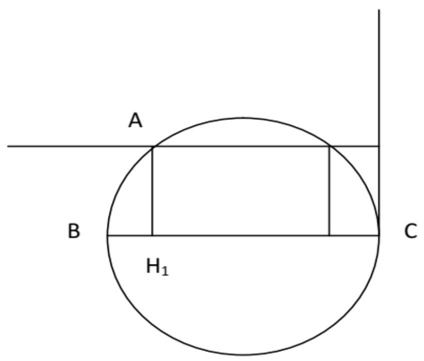
نضع $\alpha = HC$ ، $\beta = HB$ هما طولي القطعتين المفروضتين. حيث تقع H بين النقطتين C و B .

$$\alpha + \beta = BC = HB + HC. \quad \alpha \times \beta = HB.HC$$

ننشئ الدائرة التي قطرها $[BC]$، ثم نرسم نصف المستقيم $[CR)$ (العمودي على القطر)، نأخذ عليه طول قدره $CE = \sqrt{P}$. ثم ننشئ الموازي لـ: (BC) انطلاقا من E فا في الحالة التي يقطع فيها الدائرة في نقطتين، نسمي مسقطيهما على (BC) : H_1، H_2.

وهما جواب المسألة: $BH_1, \ CH_1$.

لدينا : $AH_1^2 = H_1B.H_1C$



مناقشة:

- في حالة ما إذا قطع الموازي الدائرة في نقطتين: $P < \frac{S^2}{4}$ [وجود الحل]

- في حالة ما إذا قطع الموازي الدائرة في نقطة واحدة : $P = \frac{S^2}{4}$ [للقطعتين نفس الطول]
- عدم وجود تقاطع في الحالة: $P > \frac{S^2}{4}$ [عدم وجود الحل]

كمثال نأخذ $S = 8, P = 9$ وهي الحالة المصادفة لوجود حلين

ننشئ الدائرة التي قطرها 8 وبالتالي نصف قطرها 4 وهو أكبر من $3 = \sqrt{P}$، ثم ننشئ الموازي لـ:(BC) انطلاقا من E التي تبعد عن C بمسافة 3 فيقطع الدائرة في نقطتين، نسمي مسقطيهما على (BC) : H_1، H_2. وهما جواب المسألة.

- أنشئ مثلث قائم حيث طول المتوسط $m = 4\text{cm}$ وطول والارتفاع $h = 3\text{cm}$ المتعلق بالوتر.

الأدوات المستخدمة في التمرين:

✓ خصائص وتعريف كلّ من المتوسط والارتفاع.

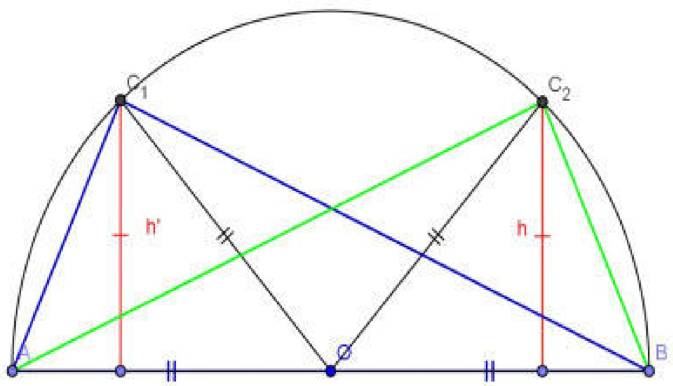
✓ خاصية الدائرة المحيطية بمثلث قائم

نعلم أن المتوسط المتعلق بالوتر [AB] يساوي نصف الوتر. نضع النقطة O على [AB] بحيث:

$$OA = OB = m$$

تقع النقطة C على الدائرة التي قطرها [AB] على مسافة h من (AB).

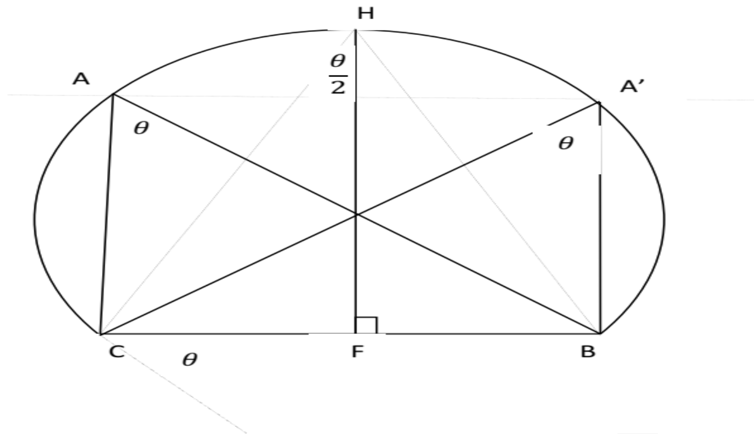
المسألة تقبل الحلول إذا كان $h \leq m$. في هذه المسأله تقبل حلين(مثلثين).



- أنشئ مثلث ABC، عُلم فيه: قَيس زاوية رأسِهِ $\theta = \hat{A}$ ، وارتفاعه $h = AD$، وقاعدته= BC.

α ناقش وجود هذا المثلث نأخذ مثلا: $BC = 6cm, \quad \theta = 60^0, \ h = 4cm$.

لدينا $\overline{(AB, AC)} =$ ومنه A تنتمي إلى مجموعة النقط المعرفة بـ: $\overline{(MB, MC)} = \theta$



نرسم الموازي لـ (BC) فيقطع الدائرة (التي تحصر المثلثBHD) في نقطتينA و’A مثلا. إذا للمسألة حلين وهما المثلثين BAC و BA’C .

نناقش وجود الحلول.

- في حالة $h = HF$ للمسألة حل وحيد
- في حالة $h > HF$ لا يوجد للمسألة حل.
- في حالة $h < HF$ للمسألة حلين.

يمنكن حساب HF كما يلي:

$$tg\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{CF}{HF}$$

ومنه:

$$HF = \frac{CF}{tg\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

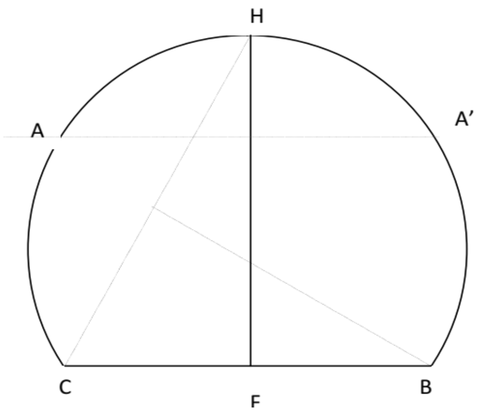
- في الحالة الخاصة التي لدينا: $BC = 6cm, \quad \theta = 60^0, \; h = 4cm$

لدينا:

$$HF = \frac{CF}{tg\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{3}{tg30} = 3\sqrt{3} > 4 = h$$

ومنه للمسألة حلين:

نرسم قطعة مستقيم$[BC]$ طولها $6cm$، ثم ننشئ محور هذه القطعة(Δ)، ولتكن منتصفها F. ننشئ الدائرة التي مركزها B ونصف قطرها 6، فتقطع (Δ) في النقطة H.(الهدف الحصول على زاوية قيسها 60^0، رأسها H وقاعدتها$[BC]$).



ننشئ الدائرة التي تشمل النقاط B , H وC.

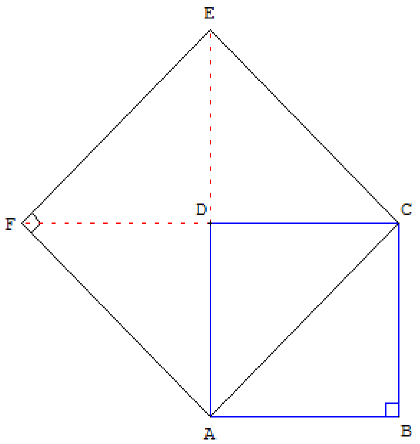
ولذلك يكفي رسم المتوسط المتعلق بالضلع $[C]$، فنقطة تقاطعه مع (Δ) هو مركز الدائرة المطلوبة.

من على إرتفاع $4cm$، نرسم الموازي لـ (BC)الذي يقطع الدائرة الأخيرة في نقطتينA و A' .

المثلثين BAC و BA'C هما حلي المسألة.

- أنشئ مربع بمساحة مضاعفة لمربع معين.

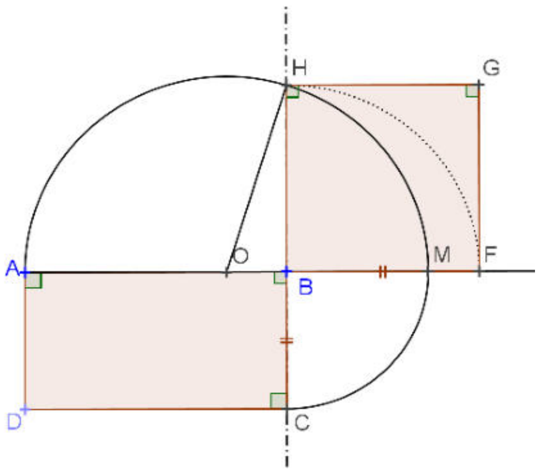
نقسم قطر "المربع الصغير" إلى مثلثين متساويي الساقين. يتكون "المربع الكبير" من أربعة مثلثات متساوية الساقين وقائمة لها نفس المساحة.



نسبة مساحات المربعات إلى بعضها يساوي 2.

نسبة الأضلاع إلى بعضها هي $\sqrt{2}$

- أنشئ مربعا مساحته تساوي مساحة مستطيل معلوم.



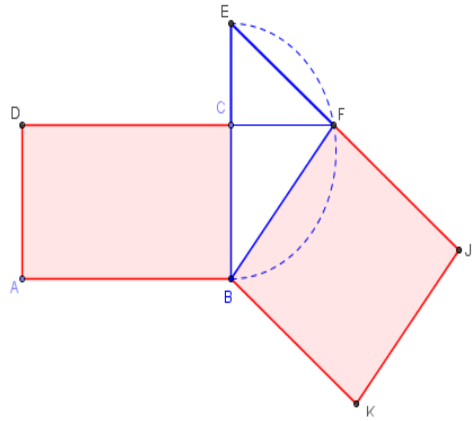
ABCD مستطيل حيث AB أكبر من BC.

على نصف المستوي [AB)، نعلم النقطة M بحيث يكون BM = BC ، ونمدد القطعة [AB].

ليكن O منتصف [AM] ، ثم نرسم نصف الدائرة التي مركزها O وتمر من A.

- يتقاطع المستقيم (BC) مع نصف الدائرة في النقطة

- المربع BHGF له نفس مساحة المستطيل ABCD.

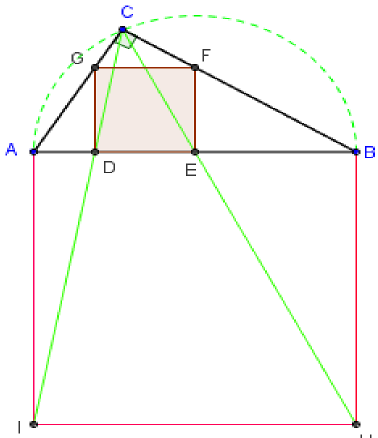


ط2.(باستعمال الوسط المتناسب)

من مستطيل ABCD، نمدد طول المستطيل (BC) إلى الا بحيث يكون BE = AB.

نمدد (DC) إلى F ونرسم نصف الدائرة التي قطرها [BE] CF هو ارتفاع المثلث القائم BEF. في هذا المثلث، الضا للزاوية القائمة هو الوسط المتناسب للوتر ومسقطهُ عليه.

$BF^2 = BE \times BC.$

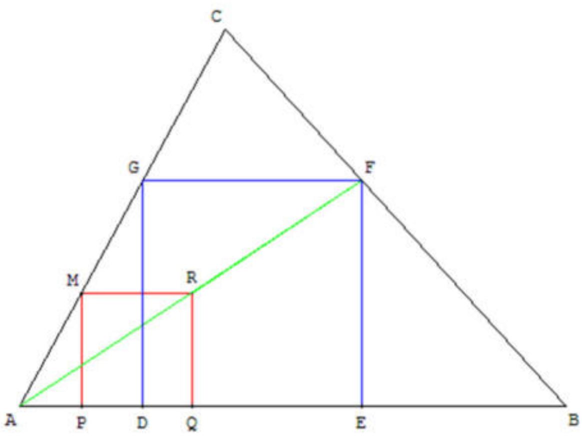


- أنشئ مربعا يحصُرُه مثلث ABC.

ننشئ المربع AIHB على الضلع$[AB]$ مثلا. (CI)يقطع $[AB]$ في D. (CH) يقطع$[AB]$ فيE. DE هو طول المربع المطلوب.

[استعمال فكرة التحاكي. برر ذلك]

أو:



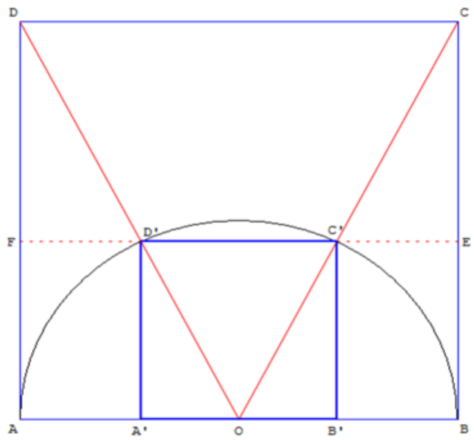
نرسم أي مربع MPQR رأسين منه على الضلع [AB] ورأس على [AC]. نوصل A إلى الرأس الرابع من هذا المربع ونمد المستقيم (AR)حتى يقطع [BC].

ستكون نقطة التقاطع F هي أحد رؤوس المربع المطلوب.

يكفي الرسم من F الموازي والعمودي لـ [AB] لإكمال رسم الد

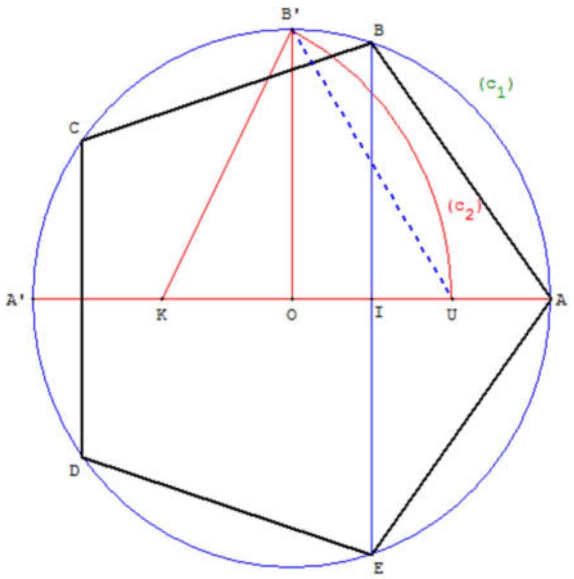
- أنشئ مربع محصور بين نصف دائرة وقطرها.

ننشئ مربع ضلعه [AB] قطر الدائرة، ونستخدم التحاكي الذي مركزه O منتصف [AB].



- إنشاء خماسي منتظم.

إنشاء خماسي محدب منتظم مرسوم في دائرة مركزها O ونصف القطر r، انطلاقا من رأس A معطى.



نرسم دائرة (C_1) مركزها O ، تشمل A.

نختار نصف قطر الدائرة كوحدة.

ليكن قطر هذه الدائرة هو [AA'] ونصف القطر [OB'] العمودي على [AA'].

K هو منتصف [OA'].

دائرة "**بطليموس**" (C_2) التي مركزها K ونصف قطر KB' تقطع [OA] في U.

$\frac{1}{\varphi} = \frac{OU}{OA}$ مقلوب العدد الذهبي:

النقطة U تقسم نصف القطر [OA] بهذه النسـ

طول ضلع الخماسي يساوي B'U.

11- التقويم ومقاييس بناء اختبار

يفيد مصطلح التقويم لغةً:

• تقدير الشيء، وإصلاح اعوجاجه.

وفي المجال التعليمي: إصدار حُكم على مدى وُصُول العمليَّة التَّعليميَّة إلى أهدافها، وتحقيقها لأغْراضها، والكَشْف عن مختلف الموانع والمعيقات التي تَحُول دون الوُصُول إلى ذلك، واقتراح الوسائل المناسِبة من أجْل تلافِي هذه الموانع.

- أنواع التقويم.

1. التقويم القبلي (أو التشخيصي).

يهدف التقويم القبلي إلى تحديد مستوى المتعلم تمهيداً للحكم على صلاحيته في مجال من المجالات، فإذا أردنا مثلاً أن نحدد ما إذا كان من الممكن قبول المتعلم في نوع معين من الدراسات كان علينا أن نقوم بعملية تقويم قبلي باستخدام اختبارات القدرات أو الاستعدادات

فالتقويم القبلي يحدد للمعلم مدى توافر متطلبات دراسة المقرر لدى المتعلمين، وبذلك يمكن للمعلم أن يكيف أنشطة التدريس بحيث تأخذ في اعتبارها مدى استعداد المتعلم للدراسة. ويمكن للمعلم أن يقوم بتدريس بعض مهارات مبدئية ولازمة لدراسة المقرر إذا كشف الاختبار القبلي عن أن معظم المتعلمين لا يمتلكونها.

2. التقويم البنائي التكويني

وهو الذي يطلق عليه أحياناً التقويم المستمر، ويعرف بأنه العملية التقويمية التي يقوم بها المعلم أثناء عملية التعلم، وهو يبدأ مع بداية التعلم ويواكبه أثناء سير الحصة. العملية التقويميَّة التي يقوم بها المعلم أثناء عملية التعلُّم، وهو يبدأ مع بداية التعلُّم ويواكِبه أثناء سير الحصَّة الدراسية، وهي وسيلة يوظف المدرس للتحكم في العمليَّة التعليميَّة / التعلُّميَّة؛ أي: التحوُّل والتغيُّر الذي ينشأ أثناء التعلُّم.

ومن أساليبه:

- المُسألة
- الواجبات المنزلية
- حصص التقوية

والتقويم البنائي هو أيضاً استخدام التقويم المنظم في عملية بناء المنهج، في التدريس وفي التعلم بهدف تحسين تلك النواحي الثلاث وحيث أن التقويم البنائي يحدث أثناء البناء أو التكوين فيجب بذل كل جهد ممكن من أجل استخدامه في تحسين تلك العملية نفسها.

إن أبرز الوظائف التي يحققها هذا النوع من التقويم هي:

- توجيه تعلم التلاميذ في الاتجاه المرغوب فيه.
- تحديد جوانب القوة والضعف لدى التلاميذ، لعلاج جوانب الضعف، وتعزيز جوانب القوة.
- تعريف المتعلم بنتائج تعلمه، وإعطاؤه فكرة واضحة عن أدائه.
- إثارة دافعية المتعلم للتعلم والاستمرار فيه.
- تجاوز حدود المعرفة إلى الفهم، لتسهيل انتقال أثر التعلم.
- وضع برنامج للتعليم العلاجي، وتحديد منطلقات حصص التقوية.

3. التقويم الختامي أو النهائي ....

ويقصد به العملية التقويمية التي تجرى في نهاية حصة تعلمية أو محور معين أو فصل دراسي أو في نهاية برنامج تعليمي، يكون المفحوص قد أتم متطلباته في الوقت المحدد لإتمامها، والتقويم النهائي هو الذي يحدد درجة تحقيق المتعلمين للمخرجات الرئيسية لتعلم مقرر ما.

ومن الأمثلة عليه في مدارسنا ومؤسساتنا التعليمية الامتحانات التي تتناول مختلف المواد الدراسية في نهاية كل فصل دراسي وامتحان الثانوية العامة والامتحان العام لكليات المجتمع.

والتقويم الختامي يتم في ضوء محددات معينة أبرزها تحديد موعد إجرائه، وتعيين القائمين به والمشاركين في المراقبة ومراعاة سرية الأسئلة، ووضع الإجابات النموذجية لها ومراعاة الدقة في التصحيح.

المسعى ألتقييمي	التقييم التكويني	التقويم التحصيلي
أهميته (لماذا؟)	**- اكتشاف نقاط القوة والضعف عند المتعلم بهدف مساعدته في سيرورة عمله.** - التحقق من درجة التحصيل في التعلمات. - إحاطة المتعلم علما بالتدرج الحاصل في تعلماته.	- إعلام المتعلم، المعلم، الأولياء، الإداريين وبقية المتدخلين على درجة نتائج المتعلم المتحصل عليها، بالمقارنة مع الدرجة النهائية التي

	- هدف معرفي - هدف فكري (تكوين الفكر) - تحسين التعلم والتعليم.	تصبو إليها مجموع تعلمات البرنامج. - إعلام المعلم والإداريين على نوعية البرامج المعتمدة.
هدف التقييم **(لماذا؟)**	- ترقية المهارات والسلوكات والمعارف المستهدفة من نتائج تعلم البرامج. - اعتماد استراتيجيات - شروط التعلم والتعليم.	- التحقق من النتائج المتحصل عليها في التعلمات من مجمل البرنامج أو مجموع البرنامج.
أوقات التقييم **(لماذا؟)**	- **قبل التعليم من أجل التشخيص** - أثناء التعليم. - بعد مرحلته.	- **في نهاية مرحلة** - في نهاية سنة دراسية
القياس **(كيف؟)**	- **شبكة الملاحظة والتحليل** - أسئلة كتابية وشفهية - سلم التقييم الوصفي - سلم المهارات - مقابلات فردية - بطاقة تقييم ذاتي - مهام عملية - ملف تعلم (مشروع) - **جرائد حائطية.** - تقارير زيارات تربوية	- **فحص واختبار** - ملف تعلم - مهام عملية - تسجيل سمعي بصري - تساؤلات كتابية أو شفهية - مشروع قراءة وكتابة - أعمال بحث

	– محاضرات – أعمال بحث – ملخص ونقد حدث.	
القياس (من؟)	– المعلم – المتعلم – المعلم والمتعلم – نائيات من المتعلمين – الوزارة	– المعلم – الوزارة
الحكم	– تقييم كفاءات المتعلم – خلال كل مراحل تعلمه – تقييم شروط التعلم والتعليم.	– تقييم كفاءات المتعلم في نهاية مرحلة أو سنة دراسية. – تقييم البرامج.
القرارات الأفعال	– اقتراح مخطط عمل جديد على المتعلم – إرشاد المتعلم إلى نشاطات تصحيحية، تدعيمية أو من أجل الإثراء. – **الاتصال بالأولياء من أجل اقتراح وسائل يتدخلون بها** – متابعة وتعديل التعليم.	– تأكيد التحصيل/أو عدمه للمكتسبات المستهدفة – إرشاد المتعلم – تركيب التلاميذ – تشجيع المتعلم ومنح الشهادات – تعديل برامج الدراسة حسب الحاجة.

الهدف من تنظيم الاختبارات

يحتاج المعلم دائماً إلى تقويم عمله التعليمي خلال الفصل الدراسي ونهايته. ومن وسائل التقويم التي يُعتمد عليها في الحكم على مستوى التلاميذ، الاختبارات للحكم على مستوى عمله، الاختبارات الفصلية والنهائية، تهدف إلى:

1 – قياس مستوى التحصيل، وتشخيص نقاط القوة والضعف لديهم.

2 –تصنيف الطلاب في مجموعات، وقياس مستوى تقدمهم في المادة.

3 – التنبؤ بأدائهم في المستقبل.

4 – الكشف عن الفروق بين الطلاب (الموهوبين، المتفوقين، العاديين، البطيئين)

5 – تنشيط دافعيه التعلم، والنقل من مستوى لآخر، ومنح الدرجات والشهادات.

الغرض من الاختبار.

قد يكون هدف الاختبار قياس تحصيل الطالب بعد الانتهاء من تدريس وحدة دراسية معينة، أو قياس التحصيل في نهاية الفصل الدراسي، أو قد يكون غرضه تشخيصياً لتحديد جوانب التأخر أو الضعف في موضوع أو موضوعات معينة في المنهج. وقد يكون هدف الاختبار تحديد المتطلبات السابقة للتعلم الجديد إلى غير ذلك من الأغراض المختلفة للاختبارات التحصيلية، لذا فإنه قبل أن يبدأ المعلم بإعداد الاختبار عليه أن يعرف ما يريده بالضبط، أي أن يحدد هدفه بوضوح. أما إذا لم يكن ثمة وضوح حول الغرض الذي يستخدم الاختبار من أجله فلا معنى حينئذ للنتائج المتحققة عنه.

ويرتبط الغرض من الاختبار بالزمن المتاح الذي يتقرر في ضوئه معا اعتبارات أخرى – ونوع وشكل وعدد الأسئلة التي يشتمل عليها.

مصداقية المعلم أثناء وضع الاختبار

يشترط في الاختبار الجيد أن يكون **صادقاً وثابتاً**، فالمعلم أثناء وضع الاختبار والتقويم إذا اعتبر من يعمل لهم الاختبار، أبناء له، فإنه حقاً سيكون صادقاً معهم، صدقه مع نفسه.

أن يبذل الجهد من أجل اختيار الأسئلة التي تعطي الانطباع الصادق عن مستوى تلاميذه دون تحدٍ لهم. ومن المعروف أن الاختبار لا يمكن أن يسأل عن كل أجزاء من المادة الدراسية. لذا فالاختبار الجيد يسأل عن عينة جيدة من المادة.

بعد أن يتم تحديد العناصر النهائية للاختبار يجب أن نتأكد من أن الاختبار تتوافر فيه الشروط والأسس العلمية وذلك عن طريق حساب معاملات الصدق والثبات والموضوعية حيث أن:

الصدق

يقصد به أن الاختبار يقيس ما أعد لقياسه ولا يقيس شيئاً آخر مختلفاً عنه. فالاختبار الذي أعد لقياس التحصيل في مادة معينة لا يجب أن يكون بين أسئلته أسئلة متعلقة بقياس الذكاء، فيتحول الاختبار إلى قياس للذكاء، أو أي مجال آخر لا يهدف الاختبار إلى قياسه. ويرتبط صدق الاختبار ككل بصدق كل سؤال فيه، والاختبار الصادق الذي يصلح للقياس على مجموعة معينة من الطلاب قد لا يكون صادقاً لمجموعة أخرى، كما أن تجريب الاختبار وتعديلة يرفع من درجة الصدق، ولتحديد معامل صدق الاختبار تستخدم إحدى الطرق التالية:

صدق المحتوى أو المضمون: أي مدى تمثيل الاختبار للجوانب المعني بقياسها.

الصدق التطابقي: أي مقارنة نتائج الاختبار التحصيلي الجديد بنتائج اختبار تحصيلي آخر يقيس النواحي والأغراض التي يقيسها الاختبار الجديد.

الصدق التنبؤي: أي قدرة الاختبار على التنبؤ بنتيجة معينة في المستقبل.

الثبات

يتصف الاختبار بالثبات إذا اعيد أجراؤه على نفس العينة وفي نفس الظروف وأعطى النتائج نفسها او نتائج قريبة من نتائج التطبيق الاول.

الموضوعية

يكون الاختبار موضوعيا إذا كانت علامة المفحوص مستقلة عن شخصية المفحوص أي لا يتأثر بجمال الخط او الترتيب او التسلسل المنطقي لعرض الأفكار

الامتحان االثاني في تعليمية الرياضيات–2– السنة الجامعية2022/2021

.I

1. تكلم بإيجاز عن أهمية البرهان في الرياضي وعما يميزه عن غيره. قدم بعض الحجج غير المقبولة في الرياضيات.

2. لتكن المعادلة:

$$x^5 + x - 10 = 0$$

- أثبت أن هذه المعادلة تقبل حلا وحيدا حقيقيا، هل يمكن أن يكون هذا الحل ناطق؟ تكلم عن أهمية الاستدلال المستعمل.

.II

أوجد بشكل منطقي الحد الناقص في حدود كل متتالية من المتتاليات التالية (مع إعطاء القانون العام):

$5; 24; 123; 622; 3121; \ldots$ $\qquad$ $2; 5; 4; 7; 6; \ldots$

$2; 2; 3; 5; 14; \ldots ; 965$

يلعب الاستدلال في كلا من شقيه: الاستقراء والاستنتاج دورا مهما في التعليم الثانوي في تطوير التفكير لدى التلميذ. اشرح ذلك.

.III

---

1. قدم طريقة لإنشاء العدد الذهبي$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$، ثم قارن هذه الطريقة بتلك التي وردت عند أقليدس (ق. 3 ق. م)، مُعرفًا بالإنشاء الهندسي وأهم خطواته.

.2

(C) نصف دائرة، M نقطة داخلها، $[AB]$قطرا لها.

أنشئ بالمسطرة (غير المدرجة) فقط، عمودًا من M على$[AB]$.

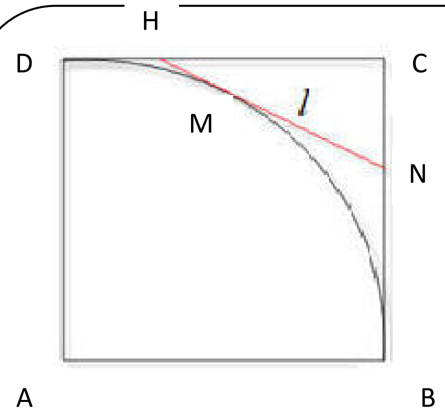
الامتحان الأول في تعليمية الرياضيات –2– السنة الجامعية2022/2021.

I.

1. عرف **الحقل المفاهيمي** مبينا هدفه، ثم اشرح المصطلحات التالية: **المخطط، النظريات النشطة.**

2. عرف المفهوم عموما، ثم بين كيف يمتلك التلميذ مفهوم رياضي ما، مثلا: **مفهوم الدالة.** ماهي أهم المخططات التي يمكن استحضارها للتحكم في هذا المفهوم.

3. إليك المشكل التالي:



ABCD مربع طول ضلعه 1. الدائرة(C) مركزها A و C

M نقطة متغيرة من ربع الدائرة BD تختلف عن كلا من D و B .

المماس لـ(C) عند M يقطع كلا من $[CD]$ و $[CB]$ على الترتيب في H و N كما في الشكل.

- ما هي وضعية M بحيث تكون المسافة $l = NH$ أصغر ما يمكن.

قدم حلا لهذا المشكل. ثم أجب عن الأسئلة التالية:

- ما هي الأدوات أو المفاهيم التي تساعد في الإجابة؟
- ماهي الصعوبات التي يمكن أن يواجهها التلاميذ أثناء الحل؟
- اعط تصنيفا للمشكل المطروح.
- ما هو المستوى المفضل في التعليم الثانوي الذي يمكن تقديم فيه هذا التمرين

II.

a, b و c ثلاث أعداد حقيقية موجبة.

أثبت صحة المتباينة:

$$a^3+b^3+c^3 \geq a^2\sqrt{bc}+b^2\sqrt{ac}+c^2\sqrt{ba}$$

ماهي أهم المخططات المساعدة في الحل؟

الحل.

الحقل المفاهيمي، المخطط، النظريات النشطة.

الحقل المفاهيمي

- هي نظرية معرفية، من أجل "توفير إطار يسمح بفهم التمفصلات والقطائع بين المعرفة والمعرفة المعبر عنها" إنه يتعلق بفهم كيف يتم بناء المفاهيم من نشاط في موضوعٍ ما.
- فضاء من المشاكل أو وضعيات المشكل –التي ينطوي علاجها على عدة مفاهيم وسيرورات متصلة ببعضها، وكذلك التمثيلات اللغوية والرمزية التي يمكن استخدامها لتمثيلها.

المخطط «Schème»التنظيم الثابت الذي يقود لمعالجة عائلة من المشاكل". يجب أن تكون العناصر المعرفية التي تسمح بالنشاط في الموضوع عملية.

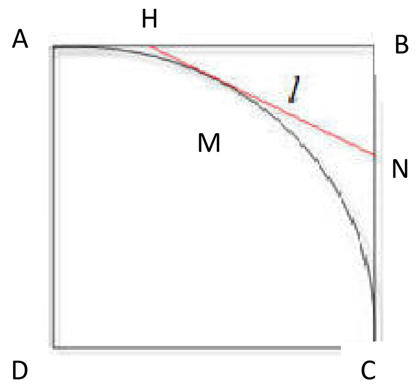
النظريات النشطة: هي جزء من المخطط، يمكن أن تكون صحيحة أو خاطئة؛ تشير إلى "خصائص العلاقات التي يتم كتابتها أو استخدامها من قبل الطالب في وضعيات حل المشكلات، وهذا لا يعني أنه قادر على شرحها أو تبريرها"؛ هي عبارة عن نمط من الخصائص.

4. المفهوم، كيف يمكن تملكه، مثلا: مفهوم الدالة. مختلف المخططات التي يمكن استحضارها للتحكم في هذا المفهوم.

- **المفهوم** في الرياضيات عبارة عن فكرة مجردة أو صورة ذهنية (عقلية) يكوّنها الفرد حول عدة أشياء أو مواقف رياضية تشترك جميعها في خاصية أو أكثر، بحيث يمكن الاعتماد على هذه الفكرة في تصنيف الأشياء وتحديد ما إذا كانت أمثلة أو ليست أمثلة على هذه الفكرة المجردة.
- **تملك المفهوم من طرف المتعلم:** يُكتسب المفهوم من خلال الوضعيات والمشكلات التي يحلها. عن طريق التعميم والتمييز (الاستقراء) لدى الطفل وعن طريق الاستدلال لدى المراهق. ويمكن أن نلخص ذلك في:

- **التحديد والتصنيف:** تحديد جميع الخصائص أو السمات المميزة له وتحديد مجموعة أشمل ينتمي إليها المفهوم.
- **المثال واللامثال:** تقديم أمثلة تحقق المفهوم، تقديم أمثلة لا ينتمي المفهوم إليها (أمثلة عدم التحقق).

أهم المخططات التي يمكن استحضارها لتحكم في مفهوم الدالة: دراسة تغيرات دالة، ربط مشاكل التصغير والتعظيم بمفهوم الدالة، شفعية بعض الدوال المرجعية...



.5لدينا: $l = NH = MH + MN = y + x$

ثم كون $[NH]$ مماس ينتج: $\left.\begin{matrix} x = NB = MN \\ y = DH = MH \end{matrix}\right\}$

باستعمال نظرية فيثاغورس على المثلث القائم NCH ينتج:

$$(x + y)^2 = (1 - x)^2 + (1 - y)^2$$

فنجد العبارة:

$$l(x) = x + \frac{1 - x}{1 + x}$$

يعني $l(x)$ كدالة لـ x معرفة على المجال $[0, 1]$. وجدول تغيراتها هو:

x	0		$\sqrt{2} - 1$		1
$l'(x)$		$-$	0	$+$	
$l(x)$	1	$\searrow$	$2(\sqrt{2} - 1)$		1

ومنه نجد: $x = \sqrt{2} - 1$

- **الأدوات الضرورية للحل؟**

خواص المماس، نظرية فيثاغورس، ادخال مفهوم الدالة، القيمة الحدية، المقارنة.

- **هدف هذا النشاط:** توظيف مفهوم الدالة في حل مسائل التصغير والتكبير.
- **ماهي الصعوبات التي يمكن أن يوجهها التلاميذ أثناء الحل؟**

عدم استحضار مخطط القيمة الصغرى، توظيف الدوال، خواص المماس، الانتقال من الإطار الهندسي إلى التحليلي.

- **تصنيف المشكل المطروح:** مشكل تطبيقي.
- **المستوى:** السنة الثانية ثانوي.

II.

$$a^3 + b^3 + c^3 \geq a^2\sqrt{bc} + b^2\sqrt{ac} + c^2\sqrt{ba}$$

من متباينة المتوسط لدينا:

$$a^2+b^2 \geq 2ab \Rightarrow a^3+ab^2 \geq 2a^2b$$

وبالمثل نتحصل على ما يلي:

$$\begin{cases} a^3+ab^2 \geq 2a^2b \\ b^3+ba^2 \geq 2b^2a \end{cases} \Rightarrow a^3+b^3 \geq a^2b+b^2a$$

فينتج:

$$\begin{cases} a^3+b^3 \geq a^2b+b^2a \\ b^3+c^3 \geq c^2b+b^2c \\ c^3+a^3 \geq c^2a+a^2c \end{cases} \Rightarrow 2(a^3+b^3+c^3)$$
$$\geq a^2(b+c)+b^2(a+c)+c^2(a+b)$$

باستعمال متباينة المتوسط مرة أخرى:

$$b+c \geq 2\sqrt{bc}, \qquad a+c \geq 2\sqrt{ac}, \qquad b+a \geq 2\sqrt{ba}$$

تنتج المتباينة المطلوبة مباشرة.

أهم المخططات المساعدة في الحل: مخطط متباينة المتوسط

هناك مخططات أخرى نذكر منها:

- **متباينة كوشي–شوارتز**: بأخذ
$$a_1 = a\sqrt{a},\ a_2 = b\sqrt{b}, a_3 = c\sqrt{c},\ \ b_1 = b_2 = b_3 = \sqrt{abc}$$
ثم استعمال متباينة المتوسط:

$$a^3+b^3+c^3 \geq 3abc$$

الامتحان االثاني في تعليمية الرياضيات –2– السنة الجامعية2021/2020

1. قدم طريقة لإنشاء مستطيل مساحته تساوي ضعف مساحة مستطيل معلوم. مُعرفًا بالإنشاء الهندسي وأهم خطواته.

2. ما المقصود بالتخمين في الرياضيات؟ قدم أمثلة

3. ماهي أهم خصائص البرهان الرياضي. اشرح مبدأ الاستدلال بالتراجع القوي.

4. أين الخلال في الاستدلال التالي:

– أثبت أحد التلاميذ لزملائه باستعمال التراجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall a \in \mathbb{R}^*, a^{n-1} = 1 \qquad (*)$$

1) من أجل $n = 1$ العلاقة $(*)$ محققة

2) نفرض أن $(*)$ محققة من أجل كل عدد طبيعي $k \leq n - 1$ ونثبت صحتها من أجل $k + 1$

لدينا : $a^{k-1} = 1$ من أجل $k \leq n - 1$. ولكن من جهة أخرى لدينا:

$$a^k = \frac{a^{k-1} \times a^{k-1}}{a^{k-2}} = \frac{1 \times 1}{1} = 1$$

من 1 و2 نستنتج أن العلاقة $(*)$ صحيحة.

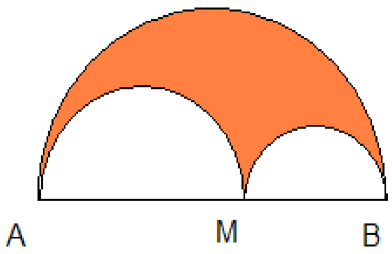
5. كيف تثبت لتلاميذك أن $sin10^0$ هو عدد أصم. تكلم عن أهمية الاستدلال المستعمل في الرياضيات.

الامتحان االأول في تعليمية الرياضيات-2- السنة الجامعية2020/2021.

1. بإيجاز اشرح المصطلحات التالية: **الحقل المفاهيمي، المعنى، المخطط، النظريات النشطة.**
2. كيف يمكن تقييم امتلاك التلميذ لمفهوم رياضي ما، مثلا: **مفهوم القيمة العظمى لدالة.** ماهي مختلف المخططات التي يمكن استحضارها للحصول على هذه القيمة بالنسبة لكثير حدود من الدرجة 2.
3. إليك هذا النشاط المقدم للسنة الأولى من التعليم الثانوي:

نعتبر نصف الدائرة(C) ذات القطر $[AB]$ حيث $AB=\rho$

لتكن M نقطة متغيرة من $[AB]$. ننشئ نصفي الدائرتين بقطر $[AM]$ و $[MB]$ كما في الشكل.



1. ما هي وضعية M على القطعة$[AB]$ بحيث تكون مساحة الشكل الملون أعظم ما يمكن؟
2. لتكن D النقطة من (C) بحيث M هي المسقط العمودي لها على $[AB]$.

قارن مساحة الشكل الملون بمساحة القرص الذي قطره $[MD]$

قدم حلا لهذا التمرين. ثم أجب عن الأسئلة التالية:

- ما هي الأدوات الضرورية للحل؟ حدد هدفا لهذا النشاط.
- ماهي الصعوبات التي يمكن أن يواجهها التلاميذ أثناء الحل؟
- اعط تصنيفا للمشكل المطروح.
- حدد القدرات والمهارات التي سينميها هذا النشاط عند التلاميذ؟
- عند تقديم هذا النشاط لمستوى أعلى من السنة الأولى ماهي في نظرك الأدوات الجديدة التي يمكن استخدامها في الحل.

الحل.

- **شرح المصطلحات: الحقل المفاهيمي، المعنى، المخطط، النظريات النشطة.**

الحقل المفاهيمي

- هي نظرية معرفية، من أجل "توفير إطار يسمح بفهم التمفصلات والقطائع بين المعرفة والمعرفة المعبر عنها" إنه يتعلق بفهم كيف يتم بناء المفاهيم من نشاط في الموضوع ما. يُكتسب المفهوم من خلال الوضعيات والمشكلات التي يحلها.

- فضاء من المشاكل أو وضعيات المشكل –التي ينطوي علاجها على عدة مفاهيم وسيرورات متصلة ببعضها، وكذلك التمثيلات اللغوية والرمزية التي يمكن استخدامها لتمثيلها.

المخطط «Schème»التنظيم الثابت الذي يقود لمعالجة عائلة من المشاكل". يجب أن تكون العناصر المعرفية التي تسمح بالنشاط في الموضوع عملية.

النظريات النشطة: هي جزء من المخطط، يمكن أن تكون صحيحة أو خاطئة؛ تشير إلى "خصائص العلاقات التي يتم كتابتها أو استخدامها من قبل الطالب في وضعيات حل المشكلات، وهذا لا يعني أنه قادر على شرحها أو تبريرها"؛ هي عبارة عن نمط من الخصائص.

المعنى: استحضار المخططات والنظريات النشطة العاملة.

- **كيف يمكن تقييم امتلاك التلميذ لمفهوم رياضي، مثلا: مفهوم القيمة العظمى لدالة. ماهي مختلف المخططات التي يمكن استحضارها للحصول على هذه القيمة بالنسبة لكثير حدود من الدرجة 2.**

عن طريق التعميم والتمييز(الاستقراء) لدى الطفل وعن طريق الاستدلال لدى المراهق. ويمكن أن نلخص ذلك في:

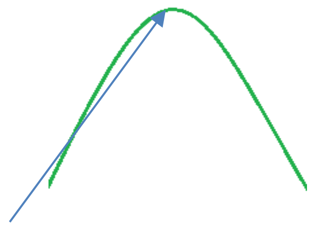
1–التحديد والتصنيف: تحديد جميع الخصائص أو السمات المميزة له وتحديد مجموعة أشمل ينتمي إليها المفهوم.

2–المثال واللامثال: تقديم أمثلة تحقق المفهوم، تقديم أمثلة لا ينتمي المفهوم إليها (أمثلة عدم التحقق).

المخططات الواجب استحضارها لتعيين قيمة عظمى لكثير حدود من الدرجة 2.

السنة أولى ثانوي

$$P(x) = ax^2 + bx + c, \qquad a \neq 0$$



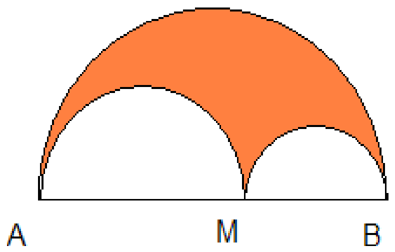
$a < 0 \rightarrow$

$P\left(\frac{-b}{2a}\right)$ قيمة عظمى

السنة ثانية ثانوي فما فوق: استعمال فكرة انعدام المشتقة

- مساحة نصف القرص (C) ستكون إذا :

$$S = \frac{1}{8}\pi\rho^2$$



ومساحتي نصفي القرصين (C_1) و (C_2) هي على ال

$$S_2 = \frac{1}{8}\pi(\rho - x)^2 \ , \qquad S_1 = \frac{1}{8}\pi x^2$$

حيث: $x = AM$

مساحة الشكل الملون هي:

$$S' = S - (S_1 + S_2) = \frac{\pi}{8}(\rho^2 - (\rho - x)^2 - x^2) = \frac{\pi}{4}(-x^2 + \rho x)$$

اذا عبارة المساحة تتعلق بـ: x ، لنبحث عن القيمة العظمى للدالة :

$$S'(x) = \frac{\pi}{4}(-x^2 + \rho x)$$

وحسب السؤال السابق، وبمأن معامل x^2 سالب فإن $S'(x)$ تقبل قيمة عظمى الموافقة لـ:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}\rho$$

$$S'(\frac{1}{2}\rho) = \frac{\pi}{8}\rho^2$$

لتكن D النقطة من (C) بحيث M هي المسقط العمودي لها على $[AB]$.

بمأن D من (C) فإن المثلث ADB قائم في D ولدينا M هي المسقط العمودي لـ D على $[AB]$. وعليه نستنتج:

$$DM^2 = AM \times MB$$

ولدينا مساحة القرص الذي قطره $[MD]$ تعطى بالعلاقة:

$$S'' = \frac{\pi}{4}DM^2 = \frac{\pi}{4}AM \times MB = \frac{\pi}{4} \times x(\rho - x) = S'$$

النتيجة: $S'' = S'$

- **ما هي الأدوات الضرورية للحل؟**

مساحة قرص، خواص المساحات، القيمة العظمى لكثير حدود من الدرجة 2، المثلث المرسوم في نصف دائرة، العلاقات المترية في مثلث قائم، المقارنة.

- **حدد هدفا لهذا النشاط:** حساب مساحة شكل.
- **ماهي الصعوبات التي يمكن أن يواجهها التلاميذ أثناء الحل؟**

استنتاج مساحة الشكل، الخلط بين مساحة القرص ونصف القرص، مشاكل حسابية، عدم استحضار مخطط القيمة العظمى، الحساب الحرفي، بعض النظريات النشطة (العلاقات المترية في مثلث قائم).

- **اعط تصنيفا للمشكل المطروح:** مشكل تطبيقي.
- **حدد القدرات والمهارات التي يمكن أن ينميها هذا النشاط عند التلاميذ؟**

تحليل شكل، إعادة الرسم، تحليل المعطيات، تطبيق القواعد الحسابية في وضعيات مختلفة، ربط الحساب بالهندسة والتحليل (دمج المكتسبات).

- **عند تقديم هذا النشاط لمستوى أعلى من السنة الأولى ماهي في نظرك الأدوات الجديدة التي يمكن استخدامها في الحل.**

استغلال مفهوم المشتق في البحث عن القيمة العظمى.

الامتحان الأول في تعليمية الرياضيات-2- السنة الجامعية2020/2019

I) حدد مختلف أدوار الفاعلين في التحويل التعليمي.

- ما المقصود **بالمخطط**(Schème) و**النظريات النشطة** (Les Théorèmes en acte) قدم أمثلة.
- إليك النشاط التالي:

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة:
$\sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}<x+3$

بعد إنجازك لحل هذا النشاط، أجب عن الاسئلة الأتية:

- حدد الأدوات الرياضية التي يتم توظيفها في الحل مع الإشارة إلى المستوى الدراسي الذي يُقّدم فيه هذا النشاط.
- ماهي المهارات والقدرات التي سيُنميها هذا النشاط لدى التلميذ.
- عرف المفهوم مُبينًا الشروط الواجب توفرها لامتلاك مفهوم ما. ثم اشرح المفاهيم التالية: **المتراجحة، المتباينة، الدالة.**
- هل ترى في هذا النشاط صعوبات أوعوائق، حددها. هل يمكنك إدراج بعض الأسئلة أو التعديلات على نص النشاط لِتَحُد من هذه الصعوبات.

(II

- ميز بين العائق الابستومولوجي والديداكتيكي مع تقديم أمثلة.
- ميز بين عمل الرياضي وعمل الديداكتيكي.
- إليك النشاط التالي:

نضع: $\alpha = 1,\underbrace{387}387387\ldots$
أكتب α على شكل كسر غير قابل للإختزال.

بعد إنجازك لحل هذا النشاط، أجب عن الاسئلة الأتية:

- ما هو المفهوم المعالج من خلال هذا النشاط، قدم بعض الصعوبات التي تحد من تعلم مثل هذه المفاهيم.
- حدد الاهداف المسطرة من خلال هذا النشاط، ما هو المستوى الدراسي الذي يفضل فيه تقديم هذا النشاط.

الحل.

I) – حدد مختلف أدوار الفاعلين في التحويل التعليمي.

1. **الرياضي:** اختيار موضوع البحث. **المرجعية**
2. **النظام الاجتماعي:** يختار مواضيع للتعليم. **الخبير**
3. **الأستاذ:** تحويل المعرفة المقررة الى معرفة تعليمية. **الخبير**
4. **التلميذ:** يحول المعرفة التعليمية الى معرفة خاصة به

– ما المقصود بالمخطط (Schème) والنظريات النشطة (Les Théorèmes en acte) قدم أمثلة.

1. **المخطط (Schème):** "التنظيم الثابت الذي يقود لمعالجة عائلة من المشاكل". يجب أن تكون العناصر المعرفية التي تسمح بالنشاط في الموضوع عملية. مثلا: إحصاء عناصر هو مخطط.
2. **النظريات النشطة:** هي جزء من المخطط، يمكن أن تكون صحيحة أو خاطئة؛ تشير إلى "خصائص العلاقات التي يتم كتابتها أو استخدامها من قبل الطالب في وضعيات حل المشكلات، وهذا لا يعني أنه قادر على شرحها أو تبريرها"؛ هي عبارة عن نمط من الخصائص. مثال: $10 \times 4.7 = 4.70$ ("عند ضرب عدد في 10، أضف 0".)

– حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة:

$$\sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}<x+3$$

نعتبر الدالة:

$$f(x)=\sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}-x-3$$

الدالة f معرفة على المجال $[-1,3]$ومتناقصة تماما (مجموع 3 دوال متناقصة تماما) على المجال $]-1,3]$ وعليه نستنتج أن:

$$(\forall x\in\,]-1,3]: f(x)<f(-1)=0)$$
$$\Rightarrow \left(\forall x\in\,]-1,3]: \sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}<x+3\right)$$

ومنه حل المتراجحة هو:

$$I=\,]-1,3]$$

– حدد الأدوات الرياضية التي يتم توظيفها في الحل مع الإشارة إلى المستوى الدراسي الذي يُقّدم فيه هذا النشاط.

تختلف الأدوات باختلاف **المخطط** المتبع. ط1: الدالة، مجموعة التعريف، الرتابة، اتجاه تغير دالة. ط2: المتراجحة، مجموعة التعريف، المتباينة وخواصها، الجذر التربيعي، المتطابقات الشهيرة. **المستوى المفضل:** السنة 2 ثانوي.

– **ماهي المهارات والقدرات التي سيُنميها هذا النشاط لدى التلميذ.**

- مفهوم الدالة كأداة ناجعة لحل الكثير من المشاكل الخاصة بالتكبير والتصغير. (تعزيزه ليلعب دور النظرية النشطة).
- ضرورة تعيين مجموعة تعريف عبارة جبرية قبل بدء تنفيذ المخطط.
- تدريب التلميذ على استعمال قواعد الحساب في وضعيات مختلفة.
- قوة الملاحظة المتمثلة في استخلاص رتابة الدوال المستعملة.

– **عرف المفهوم مُبينًا الشروط الواجب توفرها لامتلاك مفهوم ما. ثم اشرح المفاهيم التالية: المتراجحة، المتباينة، الدالة.**

المفهوم عبارة عن فكرة مجردة أو صورة ذهنية (عقلية) يكوّنها الفرد حول عدة أشياء أو مواقف رياضية تشترك جميعها في خاصية أو أكثر، بحيث يمكن الاعتماد على هذه الفكرة في تصنيف الأشياء وتحديد ما إذا كانت أمثلة أو ليست أمثلة على هذه الفكرة المجردة.

الشروط الواجب توفرها لامتلاك مفهوم ما: عن طريق التعميم والتمييز (الاستقراء) لدى الطفل وعن طريق الاستدلال لدى المراهق. ويمكن أن نلخص ذلك في:

1–التحديد والتصنيف: تحديد جميع الخصائص أو السمات المميزة له وتحديد مجموعة أشمل ينتمي إليها المفهوم.

2–المثال واللامثال: تقديم أمثلة تحقق المفهوم، تقديم أمثلة لا ينتمي المفهوم إليها (أمثلة عدم التحقق).

3–التوظيف: توظيفه في حل المشكلات.

المتباينة: هي علاقة ثنائية بين عنصرين (عددين) تعبّر عن اختلاف في قيمتيهما (قضية بلغة المنطق). وهي تفيد المقارنة بين عنصرين من مجموعة ما. وقد تكون في شكل خاصية أو استلزام منطقي مثل:

$$a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

المتراجحة: المتراجحة هي متباينة فيها مجهول (جملة مفتوحة بلغة المنطق)، وكل قيمة عددية لهذا المجهول تعطي للمتباينة قيمة حقيقة (محققة أم لا)، وبالتالي كل عنصر يحققها يسمى حلاً لهذه للمتراجحة.

الدالة: هي كائن رياضي يمثل علاقة تربط كل عنصر من مجموعة تدعى مجموعة الانطلاق بعنصر واحد فقط على الأكثر من مجموعة تدعى مجموعة الوصول. يسمى العنصر الأول سابقة والثانية يسمى صورته بواسطة هذه الدالة.

– **صعوبات أوعوائق. إدراج بعض التعديلات على نص النشاط.**

صعوبات تتعلق بتوظيف الدوال، أو صعوبات تتعلق بدراسة ثلاثي حدود أو بعض الصعوبات ذات الاصل الابستومولوجي التي تتعلق بالجذر التربيعي.

- **الأسئلة:** ادرس اتجاه تغير الدالة f. أو دراسة اشارة العبارة $3 - x - \sqrt{x+1} - \sqrt{3-x}$ وتعيين مجموعة تعريفها.

II) ميز بين العائق الابستومولوجي والديداكتيكي مع تقديم أمثلة.

يرتبط الأول بتاريخ المفهوم. مثلا التوسعات التي أعطيت لمفهوم العدد، تتطلب التعديل وإلا تحول إلى حاجز ابستومولوجي. يرتبط الثاني بالإختيارات البيداغوجية للاستاذ. ربط مفهوم العدد العشري بالقياس حول هذا المفهوم الرياضي الى مقدار فيزيائي (الإفراط في استعمال المحسوس على حساب التجريد).

- **ميز بين عمل الرياضي وعمل الديداكتيكي.**

أوجه الشبه	أوجه الإختلاف
حل المشاكل وطرح اسئلة جديدة	الانتاج أوإعادة الانتاج
التعبير وسيلة للصياغة، والبرهان وسيلة للإقناع	نزع السياق أوإعادته
تقسيم المعرفة إلى حقول جزئية	نزع الذاتية أوإعادتها
	إنتاج المعرفة، بناء البرامج

- **النشاط: كتابة α على شكل كسر غير قابل للإختزال.**

$$\alpha = 1,\underbrace{387}\,387387\ldots \Leftrightarrow \alpha = 1 + \underbrace{0,387387387\ldots}_{\beta}$$

$$1000\beta = 387 + \beta \Leftrightarrow 999\beta = 387 \Leftrightarrow \beta = \frac{387}{999} = \frac{43}{111}$$

ومنه $$\alpha = 1 + \frac{43}{111} = \frac{154}{111}$$

- **المفهوم المعالج من خلال هذا النشاط. تقديم بعض الصعوبات التي تحد من تعلم مثل هذه المفاهيم.**

العدد العشري وتمثيله الدوري.

ينطوي تحت هذا المفهوم الكثير من العوائق الابستومولوجية نذكر منها: اعتبار العدد العشري كعددين طبيعيين بينهما فاصلة، المقارنة والترتيب، العمليات، مفهوم العدد العشري.

- **الاهداف المسطرة من خلال هذا النشاط. المستوى الدراسي الذي يفضل فيه تقديم هذا النشاط.**

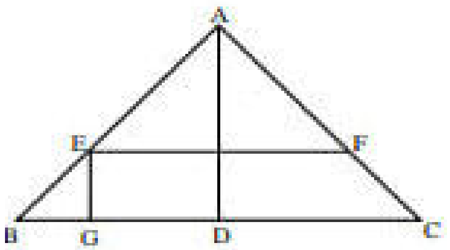
الكتابة الكسرية لعدد ناطق اطلاقا من الكتابة العشري الدورية له. المستوى السنة 1 ثانوي.

الامتحان الثاني في تعليمية الرياضيات-2-السنة الجامعية2020/2019.

I. << هناك اهتمام قليل بتدريس الهندسة في التعليم الثانوي عموما، وأحيانا أخرى بكمن المشكل في طريقة تعليمها وجعلها مُملة وصعبة، رُغم ما لها من دور في تعلم المفاهيم، التي ليست بالضرورة هندسية، بل رياضية وعلمية كذلك وما تلعبه من أدورٍ أساسية في العلوم التطبيقية والتكنولوجية. كما أن الهندسة أداة لرفع قدرات الطفل على التفكير المنطقي والاستدلالي ولتطوير مهارته الأدائية والتصورية>>.

- حلل هذه الأطروحة مبرزا بعض الأهداف من تعلم الهندسة في التعليم الثانوي.
- ما المقصود بالإنشاء الهندسي وماهي أهم خطواته.
- قدم طريقة لإنشاء العدد الذهبي.

إليك النشاط التالي (المقدم للتلاميذ):



لاحظ الشكل،

حيث: (EF) //(BC) و (EG) //(AD)

أثبت أنّ:

$$\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=1$$

- بعد تقديم حلٍ مناسب لهذا النشاط، بين في أي مستوى يمكننا تقديمه؟
- ماهي التعلمات المستهدفة منه.
- ماهي القدرات والمهارت المنتظرة من خلال هذا النشاط.

EXAMEN "Didactique des Mathématiques"2013/2014

Voici le problème (proposé pour les élèves du collège) suivant :
<<*Un auberge de jeunesse propose des chambres à 2 lits et des dortoirs à 6 lits. On compte 40 lits pour 12 pièces (chambres et dortoirs).*
Calculer le nombre de chambres et le nombre de dortoirs. >>

1- Analysez le problème :
La résolution, les concepts et les outils utilisés dans la solution, le but de ce problème.

2-Qu'est-ce qu'une situation problème ?

تقترح بيت شباب غرف من سريرين ومراقد من 6 اسرة. لدينا 40 سرير متواجدة في 12 قطعة (غرفة أو مرقد).

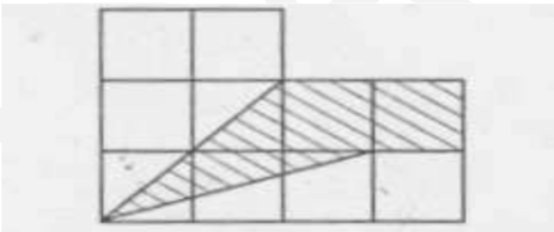
ماهو عدد كل من المراقد والغرف.

- **حلل المشكل: الحل، المفاهيم والأدوات المستعملة، الغرض من المشكل.**
- **ما المقصود بالوضعية المشكل.**

II.

- Quelle est l'aire de la partie hachurée de la figure ? (l'unité est le petit carré)

ما هي مساحة الجزء المظلل في الشكل الآتي (الوحدة هي المربع الصغير):



- Quelles sont les capacités développées par cet exercice chez l'élève ?

ماهي القدرات التي ينميها هذا التمرين عند التلميذ؟

III.

1- Montrer que $(\forall\varepsilon > 0, |x| \leq \varepsilon) \Longrightarrow (x = 0)$.

2- Montrer que pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$:

$$\max(x, y) = \frac{1}{2}(x + y + |x - y|).$$

-Quelle est la fonction de la démonstration mathématique ?

ماهي وظيفة البرهان الرياضي

EXAMEN De ratrappage "Didactique des Mathématiques"2013/2014

L'exercice suivant est un exercice proposé pour les élèves en classe de second comme une situation didactique :

<< *Soit* $(u_n)_n$ *la suite de nombres entiers définie par :*

$u_0 = 0$ *et, pour tout entier naturel n,* $\begin{cases} u_{2n} = u_n \\ et \\ u_{2n+1} = 1 - u_n \end{cases}$.

- *Calculer* u_{2014} *, puis déterminer:*

$$\sum_{k=0}^{k=2014} u_k \text{. } \gg$$

Résoudre cet exercice, puis extrait :

- Le but de cet exercice.
- La signification du contrat didactique
- Les différentes phases de déroulement de cette situation didactique.
- Les relations entre les trois pôles dans le triangle didactique

EXAMEN "Didactique des Mathématiques"2012/2013

Exercice 01

1. a) -L'énoncé suivant est un théorème admis en classe de second : *étant donnés f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I et* x_0 *un élément de I* , ≪ f *admet une xtremum en* x_0 ≫ *implique* ≪ $f'(x_0) = 0$ ≫.
L'implication réciproque est-elle vraie ?

b) -La conjecture suivante est-elle vraie ?

≪ $\forall n \in \mathbb{N}: n^2 + n + 41$ *est premier* ≫

- Quel est la nature de raisonnement utilisé dans chaque question ?
- Donner un exemple de ce type de raisonnement.

2. Montrer que pour tout réel $x \neq 2$, on a,

$$\frac{x+1}{x-2} \neq 1$$

- Donner un exemple de ce type de raisonnement.

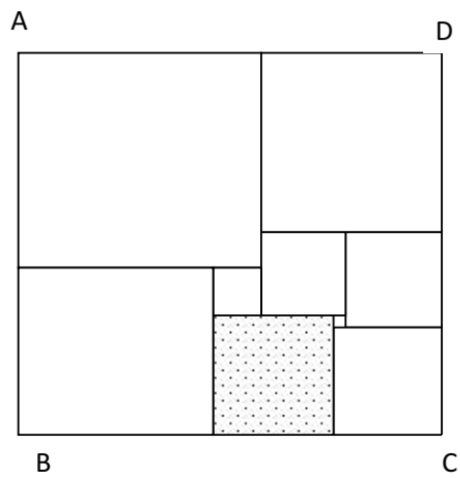
Exercice 02

La figure ABCD ci-contre est constituée

de 9 carrés. Le carré pointillé a pour côté 10 cm e
Pour côté 1 cm.

a-Quelle est la nature de ABCD ?

b-Quelles sont les capacités développées par cet
chez l'élève.



Exercice 03

- Quel est l'objet de la didactique.
- Définir : le contra didactique, la transposition didactique

Correction.

Exercice 01

1. a) - L'implication réciproque est **fausse.**

Contre-exemple : $f: x \longmapsto x^3$ *une fonction dérivable sur* $\mathbb{R}$.

On a $f'(0) = 0$, *mais* f *n'admet pas un extremum en* 0.

b) -La conjecture est **fausse. Contre-exemple** : soit $p(n) = n^2 + n + 41$.

On a, $p(40) = 41^2$ est divise 41.

- Le raisonnement utilisé dans les deux questions est :

le raisonnement par contre-exemple

- Exemple : Montrons que$(\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0)$ est fausse.

Considérons $x = -1$.

2. Par l'absurde. On suppose que$\frac{x+1}{x-2} = 1$, donc $x + 1 = x - 2$

C'est-à-dire $1 = -2$ (impossible). Alors $\frac{x+1}{x-2} \neq 1$.

- Exemple : Comme exemple, nous démontrerons l'irrationalité de $\sqrt{2}$.

Exercice 02

a- ABCD est un rectangle. Car DC=$32cm$, BC= $33cm$

et $(DC) \perp (BC), (AB) \perp (BC)$. Voir la figure.

b-Les capacités développées par cet exercice chez l'élève :

La réponse contient un doute, et puis la recherche des arguments est indispensable.

- la nécessité de démontrer.
- Le développement de raisonnement déductif.
- L'obligation d'analyse des données dans un problème.

Exercice 03

Objet de la didactique

- L'étude du processus de transmission et d'acquisition des connaissances en situation d'apprentissage.
- Théoriser les phénomènes liés aux situations d'enseignement et d'apprentissage.
- Agir sur le système d'enseignement en vue d'améliorer les conditions d'apprentissage et son rendement.

Le contrat didactique,

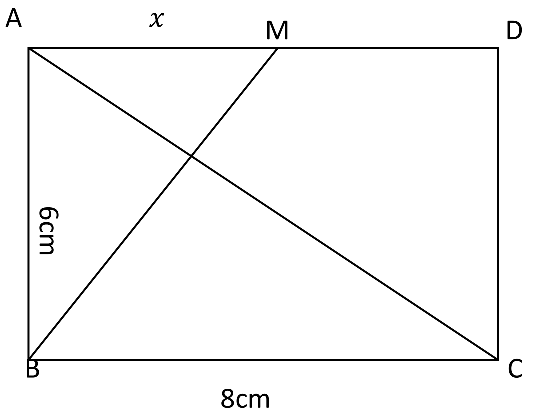
L'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant :-ensemble des règles implicites en grande partie.

La transposition didactique, les transformations des savoirs savants en savoirs à enseigner puis en savoirs enseignés.

أعمال موجهة

نشاط1

1.



مستطيل ABCD أبعاده:

.AB = 6 cm BC = 8 cm

M نقطة من [AD].

من أجل أي قيمة لـ : x يكون المستقيمين

(BM) و (AC) متعامدين.

---

2. تسير سيارة بسرعة منتظمة قدرها 90km/h من مدينة A نحو مدينة Bعلى مسافة 60km، ثم من A إلى مدينة Cعلى مسافة 60km بسرعة منتظمة قدرها 100km/h.

ماهي السرعة المتوسطة التي تكون قد سارت بها السيارة طيلة الرحلة من A إلى C؟

المطلوب:

- ماهي الموارد التي تراها ضرورية لحل كل تمرين؟

– ماهي التعلمات المستهدفة من كل تمرين؟

وفي أي مستوى يمكن تقديم كل تمرين من التمارين السابقة.

– ماهي القدرات والمهارات التي ستنميها عند التلاميذ؟

– هل ترى في هــذه التمارين عقبات مهمة للتعلم؟

قدم متغيرا تعليما لكل مسألة.

– هل هي مناسبة لتكون وضعيات تعلم؟ ولماذا؟

النشاط 2

1/ كم حـلا حقيقيـا للجملـــــة:

$$\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}=y \\ y+\dfrac{1}{y}=z \\ z+\dfrac{1}{z}=x \end{cases}$$

أ) لا يوجد حل، ب) 1، جـ) 2، د) 3، هـ) 4. Mathematics Competitions /V. 8 , N. 2, 1995, p 42.

---

2. أربعـة أعداد طبيعية غير معدومة d, c, b, a . تحقق الشرط: $ab=cd$

برهن أن العدد:

$$\mathrm{A}=a^2+b^2+c^2+d^2$$

غير أولي.

المطلوب:

- حل كلا من التمرينين.

ماهي الموارد التي تراها ضرورية لحل كل تمرين؟ قدم متغيرا تعليميا لكل تمرين

- ماهي التعلمات المستهدفة من كل تمرين؟ في أي مستوى يمكننا تقديم كل تمرين من التمارين السابقة.
- ماهي القدرات والمهارات التي ستنميها عند التلاميذ؟
- هل ترى في هــذه التمارين عقبات مهمة للتعلم؟ قدم متغيرا تعليما لكل مسألة.

النشاط 3

ثلاث أعداد حقيقية a, b و c موجبة تماما أثبت أن:

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \geq 9$$

هل يمكنك تعميم هذه القاعدة.

ماهي الموارد التي تراها ضرورية للحل؟ قدم متغيرا تعليميا للمسألة. – ماهي القدرات والمهارات التي سينميها عند التلاميذ؟ – هل ترى في هــذا التمرين عقبات مهمة للتعلم؟

النشاط 4

1. قارن بين العددين:

$$A = \frac{1+(1{,}012013014015016)^2}{1{,}012013014015016}, \qquad B = \frac{1+(1{,}012013014015017)^2}{1{,}012013014015017}$$

---

2. أوجد ثلاثة أعداد طبيعية غير معدومة c, b, a. بحيث:

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{4}$$

المطلوب.

حل كلا من التمرينين. مبرزا:

– الموارد الضرورية لحل كل تمرين.

– التعلمات المستهدفة، القدرات والمهارات التي ستنميها كل تمرين عند التلاميذ.

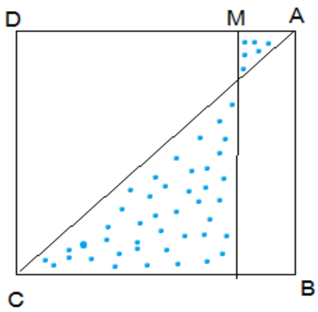
– المستوى الذي يمكننا تقديم فيه كل تمرين.

– الاخطاء التي يمكن أن يقع فيها التلميذ.

– قدم متغيرا تعليما لكل تمرين.

النشاط 5.

1- ما المقصود بالعقد التعليمي. تكلم عن بعض آثاره السلبية على التلاميذ.



في الشكل المقابل $ABCD$ مربع طول ضلعه $4\ cm$

M نقطة من $[AD]$. نريد معرفة موضع النقطة M لتكون المساحة المنطقة أصغر ما يمكن.

- أعد صياغة النص بلغتك الخاصة مع تصحيح بعض الهفوات العلمية أو المطبعية.
- حل هذه الوضعية مُبينًا المعارف المستهدفة ثم الأدوات الرياضية اللازمة للحل
- في أي مستوى يمكننا تقديم هذه الوضعية.
- ماهي القدرات والاهداف المتوخاة من هـذه الوضعية.

2- ما المقصود بالمتغير التعليمي. قدم ثلاثة أنواع من المتغير التعليمي.

- عرف وضعية المشكل مبينا اهميتها مقدما وظائف المشكل بصفة عامة.
- **حل المشكل التالي:**

أوجد عددين طبيعيين مختلفين n و m غير معدومين بحيث:

$$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{2003}$$

مقدما متغيرا تعليميا له.

المراجع.

❑ المراجع العربية:

- أشطيطح محمد(2010): **التعليم والتعلم بحل المشكلات**، مذكرة ماجستير، المدرسة العليا للأساتذة، القبة، الجزائر العاصمة، الجمهورية الجزائرية.
- بوضياف محمد(2020): **تعليم وتعلّم الرياضيات في ضوء نظرية الحقل المفاهيمي والسّجلات السيميائية**، الملتقى الوطني، المدرسة العليا للأساتذة مستغانم.
- ف. هـ. بل(1986)، **تعليم وتعلم الرياضيات**، ترجمة م. لمفتي و م. سليمان، الدار العربية للنشر والتوزيع.
- قدوري رابح(2011): **نظرية الحقول المفاهيمية لجيرار فيرنيو الأسس النظرية والتطبيقية**، مجلة حوليات جامعة الجزائر، العدد 20، الجزء 1، ص.30-40.
- طالبي محمد الطاهر(2008): **مقرر تعليمية الرياضيات (LMD) دروس للأساتذة التعليم المتوسط من السنة الأولى**، مطبوعة دروس، المدرسة العليا للأساتذة، القبة، الجزائر العاصمة، الجمهورية الجزائرية. 18ص.
- طالبي محمد الطاهر(2006): **نماذج من امتحانات تعليمية الرياضيات**، مطبوعة دروس وتمارين، المدرسة العليا للأساتذة، القبة، الجزائر العاصمة، الجمهورية الجزائرية. 95 ص.
- طالبي محمد الطاهر(2012): **نماذج من امتحانات تعليمية الرياضيات**، مطبوعة دروس وتمارين، المدرسة العليا للأساتذة، القبة، الجزائر العاصمة، الجمهورية الجزائرية. 95 ص.
- طالبي محمد الطاهر(2016): **نماذج من امتحانات تعليمية الرياضيات**، مطبوعة دروس وتمارين، المدرسة العليا للأساتذة، القبة، الجزائر العاصمة، الجمهورية الجزائرية. 95 ص.
- ن. حسن أحمد خضر(1973)، **أصول تدريس الرياضيات**، عالم الكتب، القاهرة.

❑ المراجع غير العربية.

- ABDELLI Mouloud (2015-2016), Initiation à la didactique des mathématiques, polycopie des cours, université de Freres mentouri, Constantine 1, pp.63.
- BERNARD Dominique, Denis GARDES, & all, (2018), Le raisonnement par l'absurde une étude didactique pour le lycée, *Petit x*, **108**, pp. 05-40.
- BERTHELOT R. et SALIN M-H. (2001), L'enseignement de la géométrie au début du collège. Comment concevoir le passage de la géométrie de constat à la géométrie déductive ?, *Petit x*, **56**, pp. 41-54.
- CHEVALLARD, Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique (Perspectives apportées par une approche anthropologique), *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **12(1)**, pp. 73–112.
- G. VERGNAUD (1991), La théorie des champs conceptuels : Recherches en Didactique un Mathématique n° **6**, Vol. 10, n° **2, 3.**
- G. BROUSSEAU (1983), Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, RDM Vol. 4, n° **2.**
- G. BROUSSEAU (1981), Problèmes de didactique des décimaux, RDM Vol. 2&1.
- Maxime MESILLAS, Gustave JOSEPH(2014), Module de didactique des mathématiques pour la formation professionnelle initiale des enseignants du fondamentale, RÉPUBLIQUE D'HAÏTI, ministre de l'éducation nationale et de la formation professionnelle (MENFP).
- J. P. ASTOLFI et al. (1997), Mots-clés de la didactique des sciences, De Boeck Université.
- J. P. ASTOLFI & M. DEVELAY (1989), La didactique des sciences, Presses Universitaires de France.

- Lalina COULANGE, Grégory TRAIN(2014), Une question de formation : Gérer la classe et/ou L'activité Mathématiques des élevés, *petit x,* **4-94**. Université de Bordeaux 1. Pp.51-69.

- IREM d'Aquitaine Groupe didactique des mathématiques (2013), L'erreur dans l'apprentissage des mathématiques, *petit x,* **3-93**. Pp. 7-28.

- IREM D'AQUITAINE, Groupe didactique des mathématiques (2008) Enseigner les nombres relatifs au collège, *Revue Repères IREM,* **73**, pp. 59-72.

- IREM de Strasbourg(2010), Annales de didactique et de sciences Cognitives, *Revue internationale de didactique des mathématiques*, 2ème Edition. Volume 15.